

REPUBLIQUE DU CAMEROUN MINESEC DRES LITTORAL DDES WOURI COOPERATION EDUCATIVE	7 ^{ème} EDITION	EXAMEN	PROBATOIRE BLANC	
		SESSION DE	AVRIL 2022	
	MEUKOUONTCHOU ~ ~ IPMA ~	EPREUVE DE	MATHÉMATIQUES	
		SERIE : C	COEF: 6	DUREE : 3H

PARTIE A : EVALUATIONS DES RESSOURCES : 15 ,5 points

Exercice 1 : / 6 points

- I.1) Résoudre dans IR l'équation $x^2 - 720x + 39600 = 0$ 0,5pt
- 2) Un récipient contient 360 litres d'eau ; on prélève x litres que l'on remplace par x litres d'alcool. Du mélange, on prélève x litres que l'on remplace par x litres d'alcool. Le mélange finalement obtenu contient de l'eau et de l'alcool dans la proportion de $\frac{25}{11}$. Trouver x et la quantité d'eau prélevée la deuxième fois. 1pt
- II. Dans un plan rapporté à un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$ d'unité 1,5cm. On considère le cercle de centre $\Omega (0,1)$ et de rayon 1. Soit $A (0,2)$ et C un point qui décrit le cercle, on appelle B la projection orthogonale de C sur Oy et $M(x,y)$ le point de (BC) tel que : $\overline{BM} \times \overline{OB} = \overline{OA} \times \overline{BC}$
- 1) Quelle est l'équation de ce cercle ? 0,5pt
- 2) Montrer que l'ensemble des points M , lorsque C décrit le cercle a pour équation : $y = \frac{8}{4+x^2}$ 0,5pt
- 3) (Γ) est la représentation graphique de la fonction f définie par : $f(x) = \frac{8}{4+x^2}$
- a) Déterminer les limites de f sur IR. 0,5pt
- b) Calculer $f'(x)$ et en déduire le tableau de variations de f . 0,5pt
- c) Calculer $f''(x)$ et en déduire que (Γ) admet deux points d'inflexion $I_1\left(\frac{2}{\sqrt{3}}, \frac{3}{2}\right)$ et $I_2\left(\frac{-2}{\sqrt{3}}, \frac{3}{2}\right)$. 1pt
- 4) Déterminer l'équation des tangentes à (Γ) aux points I_1 et I_2 . En déduire le point d'intersection de ces deux tangentes. Construire (Γ) , les tangentes et le cercle. 1,5pt

Exercice 2 : / 5,5 points

- I. 1) Sachant que $\sin \frac{\pi}{4} = \frac{\sqrt{2}}{2}$, calculer les valeurs exactes de $\cos \frac{\pi}{8}$ et de $\sin \frac{\pi}{8}$. 1pt
- 2) Résoudre dans $[0 ; 2\pi[$ l'équation $(E) : \sqrt{2 + \sqrt{2}} \sin x - \sqrt{2 - \sqrt{2}} \cos x = \sqrt{2}$. 0,5pt
- 3) Représenter les points images solutions de (E) dans le cercle trigonométrique. 0,5pt
- II. Dans l'espace vectoriel euclidien E muni d'une base orthonormée $(\vec{i}, \vec{j})$. On considère l'endomorphisme f de E dont la matrice dans la base $(\vec{i}, \vec{j})$ est M ci-contre.
- $$M = \begin{pmatrix} \frac{\sqrt{2 + \sqrt{2}}}{2} & -\frac{\sqrt{2 - \sqrt{2}}}{2} \\ \frac{\sqrt{2 - \sqrt{2}}}{2} & \frac{\sqrt{2 + \sqrt{2}}}{2} \end{pmatrix}$$
- 1) Démontrer que f est bijective et préciser M^{-1} 1pt
- 2) Déterminer le noyau et l'image de f et préciser une base de chacun de ces sous-espaces vectoriel 1pt
- III. L'espace est rapporté à un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$. On considère le plan (P) d'équation $x + y + z + 1 = 0$. $A(1 ; -2 ; 0)$ et $B(3 ; 0 ; 2)$ deux points de l'espace.
- 1) Déterminer la nature et les éléments caractéristiques de l'ensemble (S) des points M de l'espace tel que $\frac{MA}{MB} = \frac{1}{3}$ 0,5pt
- 2) Déterminer la nature et les éléments caractéristiques de l'ensemble $(\Sigma) = (S) \cap (P)$ 1pt

Exercice 3 : / 4 points (I et II sont indépendantes)

I. Dans le plan P, on considère le triangle ABC isocèle en A et de hauteur [AH] tel que $AH = BC = 4$. On prendra le centimètre pour unité de longueur.

Soit G_n le barycentre du système de points pondérés $\{(A, 2); (B, n); (C, n)\}$.

1. M est un point quelconque de P.

Montrer que le vecteur $\vec{V} = 2\vec{MA} - \vec{MB} - \vec{MC}$ a pour norme 8.

0,25pt

2. Soit L_n , l'ensemble des points M du plan P tels que :

$n \times \|\vec{V}\| = \|2\vec{MA} + \vec{MB} + \vec{MC}\|$; n étant un entier naturel non nul,

a) Montrer que G_n existe. Construire G_1 et vérifier que $A \in L_n$

0,75pt

b) Montrer que L_n est le cercle de centre G_n et de rayon $\frac{4n}{n+1}$.

0,5pt

c) Construire L_1

0,5pt

II. Le plan est rapporté à un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$.

On considère dans ce repère, les points $A(1; -1)$, $B(5; 3)$ et I milieu de [AB].

Soit $(G_n)_{n \in \mathbb{N}}$ la suite de points définie par :

• $G_0 = 0$; Pour $n \in \mathbb{N}$, G_{n+1} est le barycentre du système : $\{(G_n, 2); (A, 1); (B, 1)\}$

Pour $n \in \mathbb{N}$, on appelle $(x_n; y_n)$ les coordonnées de G_n .

1) Répondre par vrai ou faux : « G_1 , G_2 et G_3 sont alignés ».

0,5pt

2) Montre que quel que soit $n \in \mathbb{N}$, G_{n+1} est l'image de G_n par l'homothétie de centre I et de rapport k que l'on précisera.

0,5pt

3) Soit $(U_n)_{n \in \mathbb{N}}$ la suite définie pour $n \in \mathbb{N}$ par $U_n = x_n - 3$. Montrer que (U_n) est une suite géométrique de raison q et de premier terme U_0 que l'on précisera.

0,5pt

4) Déterminer x_n en fonction de n et la limite de x_n lorsque $n \rightarrow +\infty$.

0,5pt

PARTIE B : EVALUATIONS DES COMPETENCES / 4,5 points**Situation :**

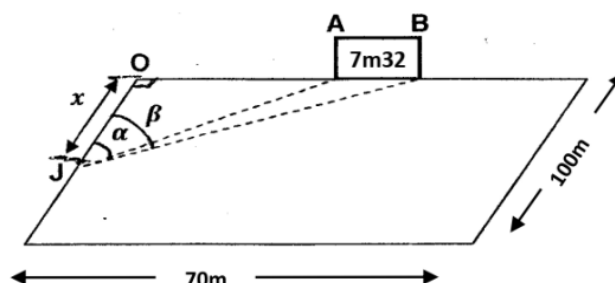
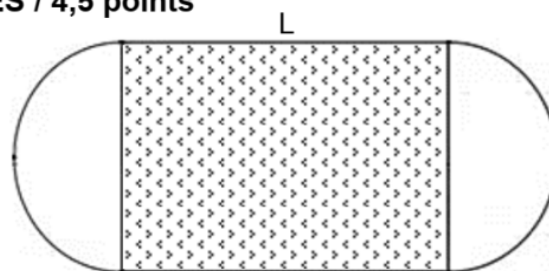
Un terrain de football est constitué d'une piste d'athlétisme composée de deux demi-cercles et d'une aire de jeu gazonnée ou pelouse en forme de rectangle. La longueur de la piste d'athlétisme est la longueur des deux demi-cercles de rayon r et celle des deux longueurs L du rectangle gazonné.

La dimension conventionnelle d'une piste d'athlétisme est de 400m.

Les travaux de réfection de ce stade consistent à agrandir la pelouse afin de planter le gazon sur une aire maximale. Après les travaux, un tournoi de football est organisé entre quatre équipes dans ce stade. Ce stade ne peut accueillir que trois matchs par jour et deux équipes parmi les quatre ne peuvent pas jouer plus de deux matchs par jour.

Au cours d'un match, un joueur J avance perpendiculairement à la ligne de but (AB). A et B marquent les poteaux de l'un des buts de l'aire de jeu. On note $x = OJ$, $\alpha = \widehat{OJA}$, $\beta = \widehat{OJB}$,

$0 < \alpha < \beta < \frac{\pi}{2}$ et $\theta = \widehat{AJB}$ est l'angle de tir.



Tâche 1 : Quelles sont les dimensions de L et r pour que la pelouse ait une aire maximale ? 1,5pt

Tâche 2 : Dresser le planning de tous les matchs de ce tournoi et en déduire

le nombre de matchs de ce tournoi.

1,5pt

Tâche 3 : Déterminer le point J de la ligne de touche où l'angle de tir est maximal.

1,5pt

Présentation Opt