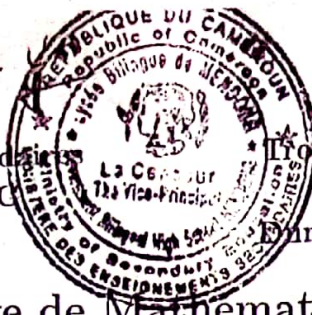




Épreuve de Mathématiques

L'épreuve comporte deux pages, deux grandes parties, toutes obligatoires. La qualité de la rédaction sera prise en compte dans l'évaluation de la copie du candidat. Soyez précis et propre.

PARTIE A : ÉVALUATION DES RESSOURCES [15,5 PTS]

Exercice 1 : 5 points

1. (a) Résoudre dans $\mathbb{R}^3$ le système suivant : $(S) \begin{cases} x + y + z = 120 \\ x - 2y + z = 0 \\ 2x + 2y - z = 75. \end{cases}$ 1,25pt

(b) Paul possède (03) sacs dont (01) de maïs, (01) d'ignames et (01) de riz. Les trois sacs pèsent ensemble 120kg. La somme des poids du sac de maïs et du sac du riz est le double de celui du sac d'ignames. Si l'on ajoute 75kg au sac du riz, son poids sera le double de la somme des poids du sac de maïs et du sac d'ignames.

Tache : Déterminer le poids de chaque sac.

1pt

2. (a) Vérifier que $\sqrt{12 + 8\sqrt{2}} = 2 + 2\sqrt{2}$.

0,25pt

(b) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $4x^2 + 2(\sqrt{2} - 1)x - \sqrt{2} = 0$.

0,75pt

(c) Déduire dans $\mathbb{R}$ les solutions de l'inéquation $4x^2 + 2(\sqrt{2} - 1)x - \sqrt{2} > 0$.

0,75pt

3. Résoudre le système (rappel $x^2 + y^2 = (x + y)^2 - 2xy$) : $(S') \begin{cases} x^2 + y^2 - xy = 28 \\ x + y = 2. \end{cases}$ 1pt

Exercice 2 : 3 points

Le plan est muni d'un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$, on considère les points suivant : $A(1; 2)$, $B(-2; 3)$ et $C(1; 9)$.

1. Déterminer les réels a et b tels que $O = \text{bar}\{(A; a), (B; b), (C; -1)\}$.

0,75pt

2. On suppose $a = 3$ et $b = 1$ et soit M un point du plan :

(a) Démontrer que : $3MA^2 + MB^2 - MC^2 = 3MO^2 + 3OA^2 + OB^2 - OC^2$.

0,75pt

(b) Déterminer et construire l'ensemble (E) des points M du plan tels que :

$3MA^2 + MB^2 - MC^2 = -42$.

0,75pt

(c) Déterminer une équation et une représentation paramétrique de (E) .

0,75pt

Exercice 3 : 7,5 points

1. Trouver le domaine de définition fonctions : $k(x) = \frac{\sqrt{1-x^2}}{x+1}$; $i(x) = \frac{x-1}{|x|+2}$. 1pt

2. On considère les fonctions : $f(x) = \frac{x-1}{2x+3}$ et $g(x) = \frac{-5}{4x}$.

(a) Montrer que $D_f =]-\infty; -\frac{3}{2}[\cup]-\frac{3}{2}; +\infty[$.

0,5pt

(b) Déterminer les limites de f aux bornes de son domaine de définition.

1pt

- (c) Dédurre les asymptotes à la courbe représentative de la fonction f . 0,5pt
- (d) Montrer que $f(x) = g(x + \frac{3}{2}) + \frac{1}{2}$ et déduire la transformation qui permet de construire la courbe de f à partir de celle de g . 0,75pt
- (e) Montrer que le point $A(-\frac{3}{2}; \frac{1}{2})$ est centre de symétrie à la courbe de f . 0,75pt
- (f) Étudier les variations de f et dresser son tableau de variation. 1,25pt
- (g) Tracer la courbe représentative de la fonction f . 0,75pt

3. Soit $a \in \mathbb{R}$, On considère la fonction h suivante : $h(x) = \begin{cases} 2x^2 - x + 1 & \text{si } x < 1 \\ \frac{ax + 3}{x} & \text{si } x \geq 1. \end{cases}$

(a) Montrer que : $\lim_{x \rightarrow 1^-} h(x) = 2$ et $\lim_{x \rightarrow 1^+} h(x) = a + 3$. 0,5pt

(b) Résoudre : $x + 3 = 2$; déduire la valeur a pour que h continue en $x_0 = 1$. 0,5pt

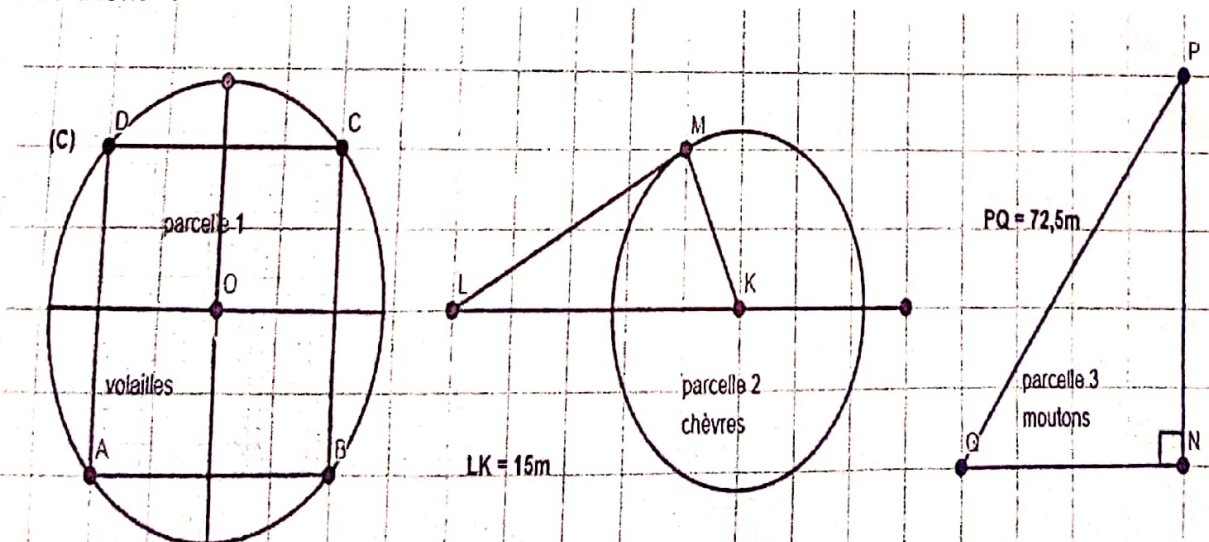
PARTIE B : ÉVALUATION DES COMPÉTENCES [04,5 PTS]

Mr Aladji Bouba est un grand éleveur dans la région de l'Adamaoua ; il possède une grande réserve qu'il a séparé en trois parties comme l'indique les figures ci-dessous. Sur la parcelle 1 ayant la forme d'un carré (ABCD) il élève de la volailles, sur la parcelle 2 ayant la forme d'un cercle il élève des chèvres et sur la parcelle 3 ayant la forme d'un triangle rectangle PQN il y élève des moutons. Il subit très fréquemment des attaques. On lui conseil d'entourer chacune de ses parcelles de fils de fer électriques qui coutent 10000Frs le mètre.

La parcelle 1, entouré par le cercle (C) qui est le cercle circonscrit au carré ABCD et de centre O dont O (origine du repère), avec $A(x; y)$ avec x, y qui est l'unique solution du système suivant : $(S) : \begin{cases} x^2 + y^2 = xy = 9 \\ x + y = 6. \end{cases}$ (on prendra $100m \rightarrow 1$ unité).

La parcelle 2, représente un cercle où la droite (LK) est axe de symétrie de ce cercle tels que tout point M de ce cercle vérifie $ML^2 - 4MK^2 = 0$ avec $LK = 15m$.

La parcelle 3 a la forme d'un triangle rectangle dont l'hypoténuse mesure $72,5m$ et dont l'aire est de $429m^2$.



Combien dépensera Aladji Bouba pour l'achat de fils de fer électrique nécessaire :

- Tache 1 : Pour entourer la parcelle 1. 1,5pt
- Tache 2 : Pour entourer la parcelle 2. 1,5pt
- Tache 3 : Pour entourer la parcelle 3. 1,5pt