LYCEE BILINGUE DE BATCHAM	EVALUATION N°1 DU DEUXIEME TRIMESTRE			
	EPREUVE DE MATHÉMATIQUES			
	Date	Classe	Durée	Coef
	FEV 2023	PC	3H	6

La qualité de la rédaction et la qualité des figures seront prises en compte dans l'évaluation de la copie de l'élève.

PARTIE : A EVALUATION DES RESSOURCES 15,5 points

EXERCICE 1 : (4.5 points)

- I- Mr NDEMOU a interrogé n élèves d'une classe de 1^{ère} par rapport à la ponctualité et l'assiduité. Il en ressort que $(n - 17)$ élèves sont assidus ; $\frac{n}{3} - 1$ sont ponctuels ; 8 sont assidus et ponctuels et 11 ne sont ni assidus, ni ponctuels. Déterminer l'effectif total de cette classe. **0,5 pt**
- II- On donne deux points A et B du plan tels que $AB = 5cm$. Soit I le milieu de $[AB]$. On note G le barycentre du système $\{(A, 1); (B, 2)\}$ et H celui du système $\{(A, 2); (B, 1)\}$.
- 1) Construire les points G et H . **0,5 pt**
 - 2) Démontrer que G et H sont symétriques par rapport à I . **0,25 pt**
 - 3) Soit (Σ) l'ensemble des points M du plan tels que $(\overrightarrow{MA} + 2\overrightarrow{MB}).(2\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB}) = \frac{299}{4}$.
 - a) Déterminer les réels x et y tels que pour tout point M du plan, on ait : **0,5 pt**
 $\overrightarrow{MA} + 2\overrightarrow{MB} = x\overrightarrow{MG}$ et $2\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} = y\overrightarrow{MH}$.
 - b) Montrer que pour tout point M du plan, on a : $\overrightarrow{MG} \cdot \overrightarrow{MH} = MI^2 - \frac{25}{36}$. **0,5 pt**
 - c) Déterminer et construire (Σ) . **0,5 pt**
- III- On considère le nombre $\alpha = \cos \frac{2\pi}{5} + \cos \frac{8\pi}{5}$ et l'équation $(E): x^2 + x - 1 = 0$.
- 1- Montrer que $\alpha = 2\cos \frac{2\pi}{5}$. **0,25 pt**
 - 2- Sachant que α est solution de l'équation (E) , déterminer la valeur exacte de $\cos \frac{2\pi}{5}$. **0,25 pt**
 - 3- En déduire la valeur exacte de $\cos \frac{\pi}{5}$. **0,5 pt**
 - 4- Résoudre dans $[0; 2\pi[$, l'équation $4 \cos(2x) = 1 + \sqrt{5}$. **0,75 pt**

EXERCICE 2 : (3 points)

Le plan est muni du repère orthonormé (O, I, J) . (D) est une droite d'équation $x - 2y - 3 = 0$. t est la translation de vecteur $\vec{u}(0;2)$ et h l'homothétie de centre $A(-2;3)$ et de rapport k . On donne les points $B(1;3)$ et $C(-8;3)$

- 1) Déterminer k sachant que $h(B)=C$. **0,5pt**
- 2) Dans toute la suite on prendra $k = -2$. Déterminer (D') de la droite (D) par h **0,5pt**
- 3) a) Calculer la distance du point C à la droite (D) **0,25pt**
 b) Déterminer une équation cartésienne puis une équation paramétrique du cercle (C) de centre C tangent à la droite (D) **0,5pt**
- 4) Soit $f = t \circ h$
 - a) Déterminer les expressions analytiques de t , h et f **0,75pt**
 - b) En déduire la nature précise et les éléments caractéristiques de f **0,5pt**

EXERCICE 3 : (3.75 points)

Soit E un espace vectoriel de dimension 2 muni d'une base $B = (\vec{i}, \vec{j})$. On désigne par f l'endomorphisme de E qui à tout vecteur $\vec{u} = x\vec{i} + y\vec{j}$ associe le vecteur

$$f(\vec{u}) = [(\cos 2\alpha)x + (\sin 2\alpha)y]\vec{i} + [(\sin 2\alpha)x + (\cos 2\alpha)y]\vec{j}, \text{ où } \alpha \in]0; \pi[.$$

- 1) Déterminer la matrice A de f dans la base B . **0,5pt**
- 2) Déterminer les valeurs de α pour lesquelles f n'est pas un automorphisme de E . **0,5pt**
 Dans toute la suite de l'exercice on prendra $\alpha = \frac{3\pi}{8}$.
- 3) Montrer que $\text{Ker} f$ est une droite vectorielle dont on donnera une base. **0,75pt**
- 4) Soit $k \in \mathbb{R}$, on pose $E_k = \{\vec{u}(x; y) \in E \text{ tel que } f(\vec{u}) = k\vec{u}\}$.

- a- Montrer que E_k est un sous espace vectoriel de E . **0,75pt**
 b- Soit $\vec{e}_1 = \vec{i} - \vec{j}$. Montrer que $\vec{e}_1 \in E_{-\sqrt{2}}$. **0,25pt**
 5) On donne $\vec{e}_2 = \sqrt{2}\vec{i} + \sqrt{2}\vec{j}$ et $\vec{w} = -2\vec{i} + 3\vec{j}$ et on pose $B' = (\vec{e}_1, \vec{e}_2)$.
 a- Montrer que B' est une base de E . **0,25pt**
 b- Déterminer les coordonnées de $\vec{w}$ dans la base B' . **0,75pt**

EXERCICE 4 : (4,25 points)

On muni le plan d'un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$. Soit la fonction numérique f définie par :

$$f(x) = \frac{2x^2 - 3x}{-x + 1} \text{ et } (C) \text{ est sa courbe représentative.}$$

- 1) Calculer les limites de f à gauche et à droite de 1 et en déduire une conséquence graphique du résultat obtenu. **0,75pt**
 2) a- Déterminer les réels a, b et c tels que $f(x) = ax + b + \frac{c}{-x+1}, \forall x \in \mathbb{R} \setminus \{1\}$. **0,5pt**
 b- Montrer que la droite $(D) : y = -2x + 1$ est asymptote oblique à (C) . **0,5pt**
 3) a- f' désigne la dérivée de f . Montrer que pour réel tout $x \neq 1, f'(x) = \frac{-2x^2 + 4x - 3}{(-x+1)^2}$ puis dresser le tableau de variations de f sur $\mathbb{R} \setminus \{1\}$. **1pt**
 b- Déterminer les points d'intersections de (C) avec l'axe des abscisses. **0,5pt**
 c- Tracer dans le repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$ la courbe (C) et ses asymptotes. **1pt**

PARTIE B : EVALUATION DES COMPETENCES (4,5 points)

Un entrepreneur vient d'ouvrir dans la ville de BAFOUSSAM, une industrie d'assemblage d'ordinateurs. Une étude faite par des experts établit que s'il produit mensuellement un nombre x d'ordinateurs, toutes les dépenses en millions de FCFA est $1120 + 0,00007x^2$ et la vente de chaque ordinateur assurée pour un prix unitaire de vente de 0,7 million de FCFA.

L'entrepreneur désire décorer son bureau à l'aide d'un objet constitué d'or, d'argent et de cuivre. Il se rend dans la bijouterie de Madame ABBO. Celle-ci dispose de trois lingots : le premier contient 20 g d'or, 30 g d'argent et 40 g de cuivre ; le deuxième contient 30 g d'or, 40 g d'argent et 50 g de cuivre et le troisième contient 40 g d'or, 50 g d'argent et 90 g de cuivre. Pour confectionner l'objet de l'entrepreneur elle aura besoin de 34 g d'or, 46 g d'argent et 67 g de cuivre et pour cela, elle voudrait utiliser ses trois lingots.

Au moment de la livraison de l'objet décoratif, l'entrepreneur voudrait payer sa facture via l'opérateur de téléphonie mobile ORANGE MONEY. Il se rend compte qu'il a oublié son mot de passe formé de cinq chiffres pris parmi les chiffres 0, 1, 2, 3, ..., 9. Il se rappelle néanmoins que le premier chiffre noté a et le dernier noté b sont tels que l'équation $ax^2 + 8x + b = 0$ ait une solution double et que les autres chiffres sont impairs et tous distincts.

Tâches :

- 1) Quel est le nombre d'ordinateurs que cet industriel doit produire mensuellement pour réaliser un bénéfice maximal ? **1,5pt**
 2) Déterminer le nombre maximum d'essais que pourra effectuer l'entrepreneur pour retrouver son mot de passe. **1,5pt**
 3) Déterminer la masse que Madame ABBO devra prendre de chacun des lingots pour réaliser l'objet de l'entrepreneur. **1,5pt**

Proposé par : NANA Sembelis