

<b>COSBIPPEN</b> 	<b>EXAMEN</b>	<b>CONTROLE CONTINUE N°1</b>	<b>DUREE :</b>	<b>2H</b>
<b>COEF : 4</b>	<b>EPREUVE</b>	<b>MATHEMATIQUES</b>	<b>CLASSE :</b>	<b>TleD/MVT/F4</b>
<b>ANNEE SCOLAIRE : 2022-2023</b>	<b>PROF</b>	<b>DJOUGUELA STEVE ACHILLE</b>		

**PARTIE A : EVALUATION DES RESSOURCES 15.5 points**

**EXERCICE 1 : 5 points**

- 1- Soit  $z$  le nombre complexe tel que  $z = 1 - i\sqrt{3}$
- a- Mettre  $z$  sous forme exponentielle 0.75pt
- b- En déduire la forme algébrique de  $z' = (1 - i\sqrt{3})^{10}$  0.75pt
- 2- On donne les nombres complexes suivants  $z_1 = -1 - i$  et  $z_2 = -1 + i\sqrt{3}$ ; on pose  $Z = \frac{z_1}{z_2}$
- a- Calculer le module et un argument des nombres complexes  $z_1$  et  $z_2$  1.5pt
- b- Ecrire  $Z$  sous forme algébrique 0.5pt
- c- Ecrire  $Z$  sous forme trigonométrique 0.5pt
- d- En déduire la valeur exacte de  $\cos(\frac{7\pi}{12})$  et  $\sin(\frac{7\pi}{12})$  1pt

**EXERCICE 2 5 points**

Le plan complexe est rapporté à un repère orthonormé  $(O, \vec{u}, \vec{v})$

- I- On considère les points A, B et C d'affixes respectives  $z_A = 1 + i$ ;  $z_B = 2 - i$ ;  $z_C = 2 - 2i$
- 1- Placer les points A, B, et C 0.75pt
- 2- Déterminer l'affixe du point D pour que ABCD soit un parallélogramme 0.75pt
- II- On considère les points A, B et C tels que  $A(1 ; -3)$ ,  $B(4 ; 5)$  et  $C(-3 ; 2)$ .
- 1- Déterminer les affixes des points A, B, C et des vecteurs  $\vec{AB}$ ,  $\vec{AC}$ ,  $\vec{BC}$  1.5pt
- 2- On définit les points D et E par  $\vec{AD} = 2\vec{AB} + \vec{AC}$  et  $3\vec{BE} = \vec{BC}$ .  
Déterminer les affixes des points D et E 1pt
- 3- Démontrer que les points A, D et E sont alignés 1pt

**EXERCICE 3 5.5 points**

Soit la suite réelle  $u$  définie par son premier terme  $u_0 = 1$  et par la relation de récurrence

$$u_{n+1} = \frac{2u_n - 1}{2u_n + 5} \text{ Pour tout nombre entier naturel } n.$$

- 1- Démontrer par récurrence que pour tout entier naturel  $n$ ,  $u_n \geq -\frac{1}{2}$  1pt
- 2- Démontrer par récurrence que la suite  $(u_n)$  est décroissante 1pt
- 3- Démontrer que la suite  $(u_n)$  converge puis déterminer sa limite 1pt
- 4- Soit  $(v_n)$  la suite définie par  $v_n = \frac{2u_n + 1}{u_n + 1}$
- a- Démontrer que la suite  $(v_n)$  est géométrique dont on déterminera le premier terme et la raison 1pt
- b- Exprimer  $v_n$  en fonction de  $n$  puis  $u_n$  en fonction de  $n$  1pt
- c- Calculer la limite de la suite  $(u_n)$  0.5pt

## EXERCICE 4 6 points ( POUR LES SERIES MVT ET F4 UNIQUEMENT)

- 1- On considère le point  $A(3 ; 1)$  et la droite (D) d'équation  $7x - y + 6 = 0$
- a- Donner une équation normale de (D). 0.75pt
  - b- Déterminer la distance du point A à la droite (D) 0.75pt
- 2- Soit (C) le cercle d'équation cartésienne  $x^2 + y^2 - 4x + 2y - 3 = 0$ , B et E des points tels que  $B(2 ; -1)$  et  $E(0 ; 1)$ .
- a- Montrer que E appartient au cercle (C) 0.75pt
  - b- Montrer que B n'appartient pas à (C) 0.75pt
  - c- Donner une équation réduite du cercle (C) 0.75pt
  - d- Donner les coordonnées du centre et le rayon du cercle (C) 0.75pt
- 3- Donner une équation de la tangente à (C) au point E 1.5pt

### PARTIE B EVALUATIONS DES COMPETENCES 6 points ( UNIQUEMENT POUR LA Tle D)

#### Compétences à évaluer :

Résoudre une situation problème à l'aide du langage mathématique dans des situations de vie où interviennent les lieux géométriques et les opérations sur les nombres complexes

#### SITUATION

Mr DTSA possède trois terrains dont il veut absolument clôturer pour les sécuriser. Il décide d'acheter du fil barbelé pour clôturer ces terrains. Le rouleau de 5mètres de fil barbelés est vendu à 7500FCFA .

**Le premier terrain** est formé de l'ensemble des points  $M(x, y)$  du plan complexe vérifiant  $|2iz - 1 - 3i| = 8$

**Le second terrain** de forme rectangulaire est telle que ses dimensions vérifient les relations suivantes :

$\operatorname{Re}(W) = 0$  (partie réelle de  $W$  est nulle) et  $\operatorname{Im}(W) = 0$  (la partie imaginaire de  $W$  est nulle)

où  $W = (1+4i)z + (3-4i)\bar{z} - 4 + 8i$  avec  $z = x+iy$

**Le troisième terrain** est formé de l'ensemble des points  $M$  d'affixe  $z$  du plan tels que  $\operatorname{Re}(Z) = 0$  avec  $Z = \frac{z}{z+2i}$

**NB : l'unité de longueur est de 10mètres**

- 1- Quel est le montant que devra déboursier Mr DTSA pour l'achat du fil barbelé pour clôturer le premier terrain 2pts
- 2- Quel est le montant que devra déboursier Mr DTSA pour l'achat du fil barbelé pour clôturer le second terrain 2pts
- 3- Quel est le montant que devra déboursier Mr DTSA pour l'achat du fil barbelé pour clôturer le troisième terrain 2pts