

ÉPREUVE DE MATHÉMATIQUES

PARTIE A : ÉVALUATION DES RESSOURCES : 15 points

Exercice 1 : 4 points

- Vérifier que : $(\sqrt{2} + \sqrt{3})^2 = 5 + 2\sqrt{6}$. [0,25pt]
- On considère l'équation $(\varphi): 4\sin^2(x) + 2(\sqrt{2} - \sqrt{3})\sin(x) - \sqrt{6} = 0$.
 - Résoudre dans $[0 ; 2\pi [$ l'équation (φ) . [1pt]
 - Placer sur le cercle trigonométrique, les points images solutions de l'équation (φ) . [0,5pt]
- Quelle est la nature du polygone obtenu ? [0,5pt]
- En déduire dans $[0 ; 2\pi [$, l'ensemble solution de l'inéquation $4\sin^2(x) + 2(\sqrt{2} - \sqrt{3})\sin(x) - \sqrt{6} \geq 0$ [0,75pt]
- Démontrer que pour tout $x \in [0 ; \frac{\pi}{2}]$, $\tan x \cdot \sin 2x = 1 - \cos 2x$. [0,5pt]
- En déduire la valeur de $\tan \frac{\pi}{8}$ et $\tan \frac{\pi}{12}$. [0,5pt]

Exercice 2 : 4 points

- Vérifier que le couple (3; 12) est solution du système $\begin{cases} 5x + y = 27 \\ 2x - y = -6 \end{cases}$ [0,5pt]
- En déduire dans $\mathbb{R}^2$ les solutions des systèmes suivants :
 $(E_1): \begin{cases} 5x^2 + y^2 = 27 \\ 2x^2 - y^2 = -6 \end{cases}$ et $(E_2): \begin{cases} \frac{5}{x^2+1} + \frac{1}{y-2} = 27 \\ \frac{2}{x^2+1} - \frac{1}{y-2} = -6 \end{cases}$. [1,5pt]
- Un article coûte actuellement 63175 FCFA après deux baisses successives de $x\%$ sur le prix initial 70000 FCFA .
 - Montrer que x est solution de l'équation : $x^2 - 200x + 975 = 0$. [0,75pt]
 - Déterminer x . [0,25pt]
- Deux ananas, cinq bananes et quatre mangues coûtent 74 francs. Trois ananas cinq bananes et une mangue coûtent 66 francs. Combien coûtent deux ananas, sept bananes et huit mangues ? [1pt]

Exercice 3 : 4 points

I – Dans une classe de première D de 120 élèves, il y a 60% de filles, mais 50% des filles et le tiers des garçons pratiquent le saut . On note F = l'ensemble des filles ; G l'ensemble des garçons et S = l'ensemble de tous les élèves qui pratiquent le saut .

- Déterminer $\text{card} F$; $\text{Card} G$ et $\text{card} S$. [0,75pt]
- En déduire $\text{card}(F \cap G)$. [0,5pt]
- Déterminer $\text{card}(F \cap S)$ et $\text{card}(G \cap S)$. En déduire $\text{card}(F \cup S)$ et $\text{card}(G \cup S)$. [1pt]

II – Pour une compétition de saut, on constitue une équipe de 5 élèves parmi ceux qui pratiquent le saut ; on suppose que 52 élèves pratiquent le saut .

- Combien d'équipes peut-on constituer dans cette classe ? [0,75pt]
- Combien d'équipe peut-on former dans les cas suivants :
 - L'équipe compte 2 filles et 3 garçons. [0,5pt]
 - L'équipe compte au moins une fille. [0,5pt]

Exercice 4 : 3 points

Lors des compositions de fin du 1^{er} trimestre, on constate que 25 élèves ont eu au moins 10/20 en **Maths**, 35 en **Physique** et 45 dans **l'une** ou **l'autre** des deux matières. On désigne par x , y et z le nombre d'élèves qui ont respectivement eu au moins 10/20 en Maths exclusivement, en Physique exclusivement et dans les deux matières.

- 1) Justifier que x, y et z vérifient le système
$$\begin{cases} x + y + z = 45 \\ x + z = 25 \\ y + z = 35 \end{cases} .$$
 [0,75pt]
- 2) En déduire les valeurs de x, y et z . [0,75pt]
- 3) Cinq élèves de cette classe dont 2 filles sont candidats à l'élection d'un bureau constitué
- 4) d'un chef, de son adjoint et d'un délégué. **On admet qu'il n'y a pas de cumul de poste.**
 - a) Combien peut-on avoir de bureaux ayant une seule fille ? [0,75pt]
 - b) Combien peut-on avoir de bureaux ayant un homme comme délégué ? [0,75pt]

PARTIE B : ÉVALUATION DES COMPETENCES : 5 points

Le conseil d'administration d'une entreprise se réunit pour voter le budget nécessaire pour les travaux d'aménagement d'une piscine. Les personnes présentes à ce conseil se serrent la main et il y'a en tout 136 poignées de mains. A la fin du conseil, chaque membre présent reçoit 14750 FCFA pour le transport retour. Leur transport s'effectue dans un fourgon sur lequel est collé une affiche publicitaire de forme carrée. A l'arrivée, le chauffeur s'aperçoit que le vent a déchiré l'affiche publicitaire, de manière à réduire la longueur de chaque côté initial de $2m$ et a emporté ainsi le tiers de l'aire totale. Monsieur MANGA fondateur de cette entreprise prévoit d'aménager une piscine qui aura la forme du polygone dont les sommets sont les images des solutions dans $]-\pi, \pi]$ de l'équation $\cos(6x) = 1$ sur le cercle trigonométrique. **Unité** : 5m. Le cout des travaux sera de 47000 FCFA le m^2 .

Votre travail consiste à résoudre les tâches suivantes en justifiant votre démarche par des calculs bien détaillés :

- 1- Déterminer le budget nécessaire pour le transport retour du personnel présent à ce conseil. [1,5pt]
- 2- Quelle est la longueur du côté de l'affiche carrée. [1,5pt]
- 3- Déterminer le budget nécessaire pour l'aménagement de la piscine. [1,5pt]

Présentation : [0,5pt]