LYCEE GENERAL LECLERC		Année scolaire 2021/2022
Epreuve de Mathématiques	PROBATOIRE BLANC N°1	Classe : 1ère C Durée : 3h

Partie A : EVALUATION DES RESSOURCES 15,5 POINTS

EXERCICE 1 : BARYCENTRE 3,5POINTS

ABC est un triangle rectangle isocèle en C, m est un réel différent de – 2 ; on désigne respectivement par I le milieu de [A B] et G_m le barycentre de { (A ;1) ; (B ;1) ; (C ;m)}.

1-a) Que représente G_m pour le triangle ABC lorsque m = 1 ? **0,25pt**

1-b) Déterminer le lieu des points G_m lorsque m décrit IR\{ - 2}. **0,5pt**

2) On considère g la fonction définie pour tout point M du plan Euclidien par : $g(M) = MA^2 + MB^2 + m\,MC^2$

a) Monter que pour tout point M du plan on a : $g(M) = (m+2)\,MG_m{}^2 + g(G_m)$. 0,5**pt**

b) Démontrer que $g(G_m) = \frac{m+1}{m+2}AB^2$. 0,75**pt**

3) Déterminer l'ensemble (E_m) des points M du plan tels que $g(M) = AB^2$. 0,75**pt**

4) Monter que pour tout réel m différent de – 2 , le point C appartient à (E_m) ; en déduire une construction de (E_{-3}). 0,75**pt**

EXERCICE 2 : FONCTION NUMERIQUE D'UNE VARIABLE REELLE 4,75 POINTS

Soit f la fonction numérique à variable réelle x définie par :

$$\begin{cases} f(x) = x^2 - 3x, si\ x \in]-\infty; 1] \\ f(x) = x - 1 + \frac{4}{x-3}\ si\ x \in]1; 3[\cup]3; +\infty[\end{cases}$$

1- (a) Déterminer le domaine de définition D_f $de\ f$. **0,5pt**
(b) Calculer les limites de $f\ aux\ bornes\ de\ D_f$. **1pt**

2) Etudier la continuité et la dérivabilité de $f\ au\ point\ d'abscisse x_0 = 1$. 0,75pt

3- (a) Déterminer l'ensemble dérivabilité de f. 0,25pt

(b) Calculer la dérivée $f'de\ f\ sur\ chacun\ des\ intervalles$ où $elle\ est\ dérivable.$ 0,75pt

(c) Etudier le sens de variation de $f\ et\ dresser\ son\ tableau\ de\ variation.$ 0,5pt

4) On note $(C_f)\ la\ courbe\ représentative\ de\ f\ dans\ un\ repère\ orthonormal\ (O\ ;\ \vec{\imath}\ ;\vec{\jmath})$.

a) Montrer $(C_f)\ admet\ une\ asymptote\ oblique\ (\Delta) en +\infty$ dont on déterminera une équation. 0,5pt

b) Construire (Δ), (C_f) ainsi que les demi-tangentes à (C_f) au point d'abscisse 1. 0,75pt

EXERCICE3 : ISOMETRIE DU PLAN AFFINE EUCLIDIEN 4,5 POINTS

Soit la figure 1ci-contre, ABC et CAD sont deux triangles isocèles tels que : AB = AC = CD ; $Mes(\widehat{\overrightarrow{AB};\overrightarrow{AC}}) = \frac{\pi}{4}$;

$Mes\left(\widehat{\overrightarrow{CD};\overrightarrow{CA}}\right) = \frac{\pi}{2}$.

1) Soit r_A la rotation de centre A qui transforme B en C, r_C la rotation de centre C et d'angle $-\frac{\pi}{2}$. On pose $f = r_C o r_A$.

a) Déterminer $f(A) et\ f(B)$. 0,5pt

b) Démontrer que f est une rotation dont on précisera (construction) son centre Ω et son angle. 0,75pt

2) Soit s la similitude de centre Ω qui transforme A en B. On note C' l'image de C par s, H le milieu du segment [B C] et H' son image par s. (0,5 +0,75 +0,5) = 2,25pt

a) Déterminer l'angle de s et démontrer que C' appartient à la droite (ΩA).

b) Démontrer que H' est le milieu du segment $[\Omega B]$ et que (C'H')est perpendiculaire à (ΩB).

c) Déduire que C' est le centre du cercle circonscrit au triangle ΩBC.

3) On considère la transformation du plan **g** qui à tout point M associe le point M' = g(M) telle que on a :

$\overrightarrow{MM'} = k\overrightarrow{MA} + \frac{1}{2}\overrightarrow{MB} + \frac{1}{2}\overrightarrow{MC}$.

a) Déterminer la nature et les éléments caractéristique de g pour $k = \frac{1}{2}$. 0,5pt

b) Montrer que pour $k = -1$, g est une translation dont on donnera la vecteur. 0,5pt

EXERCICE 4 : Trigonométrie ;espace vectoriel réel ; droites et cercle du plan 4,25 points

I- TRIGONOMETRIE ET ESPACE VECTORIEL REEL

1) Résoudre dans $[0 ; 2\pi]$ $l'équation \frac{2}{1+tan^2x} + (1+\sqrt{2})cosx + \frac{\sqrt{2}}{2} = 0.\ x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi.\ \ k \in \mathbb{Z}$.

On remarquera que $\frac{1}{1+tan^2x} = cos^2x\ et\ (1-\sqrt{2})^2 = 3 - 2\sqrt{2}$. 1pt

2) Démontrer que E = { u (x ;y ;z)∈ IR^3, 3x – 2y + 5z = 0} est un sous-espace vectoriel de IR^3 et déduire une base de E. 1pt

II- Soit (T) et (T') les cercles d'équations respectives : $x^2 + y^2 + x - 4y + 1 = 0\ et\ x^2 + y^2 - 3x + 2y - 13 = 0$.

1) Démontrer que (T) et (T') sont sécants en deux points A et B dont on déterminera les coordonnées. 0,75pt

Pour tout réel k, on désigne par (E_k) l'ensemble des points M(x ;y) vérifiant l'équation :

$x^2 + y^2 + x - 4y + 1 + k(x^2 + y^2 - 3x + 2y - 13) = 0$.

a) Démontrer que si k = - 1 , (E_k) est la droite (AB). 0,25pt

b) Démontrer que si $k \neq -1$, (E_k) est un cercle passant par A et B, puis déterminer en fonction de k les coordonnées de son centre. 0,75pt

c) Déterminer l'ensemble des centres des cercles (E_k) quand k varie dans IR\ {- 1}. 0,5pt

.

PARTIE B : EVALUATION DES COMPETENCES 4,5POINTS

M. NGATCHOU possède chez lui un grand espace circulaire (Ω)dont un lampadaire est placé au centre localisé par le point O, deux autres lampadaires sont placés sur cet espace et sont représentés respectivement par les points A et B, il construit également un robinet I milieu de [A B]. Son fils **MANGUI** se trouve sur cet espace et est représenté par le point M ; son ami **AKONO** représenté par le point N est diamétralement opposé à M sur (Ω). De plus **BILOA** représenté par le point H est l'orthocentre du triangle **MAB. M.NGATCHOU** aimerait alors déterminer l'ensemble des positions de BILOA lorsque **MANGUI** décrit l'espace (Ω). A quelque mètres de cet espace circulaire, il se propose de construire un réservoir en tôle de forme parallélépipédique rectangle dont le volume intérieur est de **4000L** ayant un coté de sa base de longueur 2m.

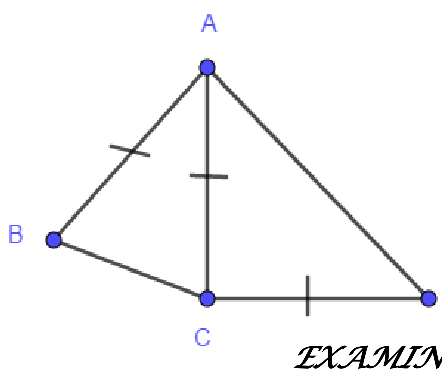
Quelques heures plus tard, **M. NGATCHOU** décide de placer dans sa tontine une somme de 45 000 FCFA à un taux t % pendant un an. L'ensemble du capital ainsi obtenu est ensuite placé à un taux de (t+2) % et produit alors un intérêt pendant un an de 4860 FCFA. Il cherche à calculer les taux.

Tache 1 : Aider M. NGATCHOU à calculer ces deux taux. **1,5pt**

Tache 2 : Aider M. NGATCHOU à déterminer et construire le lieu géométrique de **BILOA** lorsque MIGUEL décrit l'espace circulaire (Ω) . **1,5pt**

Tache 3 : Déterminer la dimension de la base de ce pavé droit qui rend son aire totale minimale. **1,5pt**

Fig(1)



Fig(2)