

LYCEE BILINGUE DE BAMYANGA			
DÉPARTEMENT DE MATHÉMATIQUES			
Deuxième Évaluation	Classes : T _b	Année scolaire 2020-2021	Date :
Épreuve de mathématiques	Durée : 4h	Coef : 4	02 /12/ 2020

PARTIE A : EVALUATION DES RESSOURCES/15 points

EXERCICE 1 (5points)

1) Mettre chacun des nombres complexes suivants sous la forme trigonométrique.

a) $z_1 = 1 + \sqrt{3} + i(1 + \sqrt{3})$; b) $z_2 = \left(\frac{1-\sqrt{3}}{1-i}\right)^{2020}$; c) $z_3 = -\cos\frac{\pi}{7} + i\sin\frac{\pi}{7}$;

d) $z_4 = -2\left(\cos\frac{5\pi}{6} + i\sin\frac{5\pi}{6}\right)$

2pts

2) Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation $Z^4 = 8\sqrt{2}(-1 + i)$.

1pt

3) θ est un nombre réel tel que $0 \leq \theta \leq \frac{\pi}{2}$. On donne le nombre complexe

$$X = \sin(2\theta) - 2i \sin^2(\theta).$$

a) Déterminer le module de X.

0.5pt

b) Déterminer si possible un argument de X.

0.5pt

4) Linéariser l'expression suivante : $f(x) = \sin^6 x$.

1pt

EXERCICE 2 (5 points)

I- On considère l'équation (E): $z^3 + 9iz^2 + 2(6i - 11)z - 3(4i + 12) = 0$.

1) Démontrer que l'équation(E) admet une solution réelle et une solution imaginaire pure.

0.5pt

2) Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation(E).

1.5pts

II- le plan (P) est muni d'un repère orthonormé $(O, \vec{u}, \vec{v})$.

Soi A,B et C les points d'affixes respectives $2 + \frac{3}{2}i$, $-2 - i$ et $-3i$.

1) Déterminer l'affixe de G, barycentre du système $\{(A, 2), (B, -1), (C, 1)\}$.

1pt

2) Déterminer l'affixe du vecteur $-\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}$.

0.5pt

3) Détermine l'affixe du point B' symétrique de B par rapport à l'axe des imaginaires.

0.5pt

4) Déterminer et construire l'ensemble des points M d'affixe z tel que :

$$3|iz - 1 - i| = 6.$$

1pt

EXERCICE 3 (3points)

On donne les nombres complexes z et u définis par :

$$z = -8\sqrt{3} + 8i \text{ et } u = (\sqrt{6} - \sqrt{2}) + i(\sqrt{6} + \sqrt{2})$$

1. a) Ecrire z sous forme trigonométrique.

0.5pt

b) Déterminer les racines carrées de z sous forme trigonométrique.

1pt

2. a) Calculer u^2 .

0.5pt

b) En déduire les valeurs exactes de $\cos\left(\frac{5\pi}{12}\right)$ et de $\sin\left(\frac{5\pi}{12}\right)$.

1pt

EXERCICE 4 (2points)

Le plan complexe est muni d'un repère orthonormé direct $(O, \vec{e}_1, \vec{e}_2)$.

Déterminer géométriquement et représenter l'ensemble des points M d'affixe z vérifiant :

1) $\arg\left(\frac{z-2-2i}{z+2-i}\right) = \frac{\pi}{5} + 2k\pi; (k \in \mathbb{Z}).$ 1pt

2) le nombre complexe $\frac{z+i}{1+i+z}$ est imaginaire pur. 1pt

PARTIE B : EVALUATION DES COMPETENCES/4.5 points

Situation

M. MOUSSA veut clôturer son champs. Un expert en topographie lui conseil ceci :

- il faut prévoir une entrée délimitée par deux poteaux définis par deux points d'affixes respectives a et b , solutions de l'équation $z^2 + (3 - 3i)z - 2 - 6i = 0$ dans $\mathbb{C}$.
- Le plan complexe est muni d'un repère orthonormé direct $(O, \vec{e}_1, \vec{e}_2)$, Construire la clôture suivant l'ensemble des points M du plan complexes d'affixe z tels que :

a) $\arg\left(\frac{z-a}{z-b}\right) = \frac{\pi}{3} + k\pi$; b) $\arg\left(\frac{z-a}{z-b}\right) = -\frac{\pi}{5} + 2k\pi$; c) $\left|\frac{z-2-i}{z-1+i}\right| = \frac{3}{2}$.

Tâches :

1. Déterminer et représenter la clôture et l'entrée prévue par le topographe en a). **1.5pt**
2. Déterminer et représenter la clôture et l'entrée prévue par le topographe en b). **1.5pt**
3. Déterminer et représenter la clôture et l'entrée prévue par le topographe en c). **1.5pt**

Présentation : 0.5pt

EXAMINATEUR : M. NOUMSSI