



**DEUXIEME DEVOIR SURVEILLE**

DATE	CLASSE	EPREUVE	COEFFICIENT	DUREE
26/11/2020	T <sup>LE</sup> D	Mathématiques	04	4Heures

**INTITULE DE LA COMPETENCE :** Résoudre une situation problème, déployer un raisonnement mathématique et communiquer à l'aide du langage mathématique dans des situations de vie où interviennent les suites numériques, statistiques et systèmes linéaires.

**Partie A : évaluation des ressources**

**15 points**

**EXERCICE 1** 03,5points

On considère la fonction  $g$  définie sur  $]0; +\infty[$  par  $g(x) = \frac{x^2+1}{\sqrt{x}} + 1$

1- Montrer que  $g'(x) = \frac{3x^2-1}{2x\sqrt{x}}$  et dresser le tableau de variation de  $g$ . 1,5pt

2- En déduire le signe de  $g$  sur  $]0; +\infty[$  . 0,5pt

3- Démontrer que pour tout  $x \in [1; 2]$  ; on a :  $\frac{\sqrt{2}}{4} \leq g'(x) \leq \frac{11}{2}$  . 0,75pt

4- En déduire à l'aide des inégalités des accroissements finis que : 0,75pt

pour tout  $x \in [1; 2]$  ,  $\frac{\sqrt{2}}{4}(x-1) + 3 \leq g(x) \leq \frac{11}{2}(x-1) + 3$

**EXERCICE 2**/03,5points

Dans cet exercice,  $\mathbb{C}$  désigne l'ensemble des nombres complexes et  $|Z|$  le module de  $Z$ .

On Considère le polynôme suivant :  $P(z) = z^3 - 3(2 + i)z^2 + 3(3 + 5i)z - 22i + 6$ .

1. Montrer que l'équation  $P(z) = 0$  admet une unique solution imaginaire pure que l'on notera  $z_0$ . 0,75pt

2. Résoudre dans  $\mathbb{C}$ , l'équation(E):  $z^2 - (6 + i)z + 11 + 3i = 0$ . 1pt

3. a. Montrer que  $P(z) = [z^2 - (6 + i)z + 11 + 3i][z - 2i]$ . 0,5pt

b. Déduire dans l'ensemble  $\mathbb{C}$  des nombres complexes, les solutions de l'équation  $P(z) = 0$ . 0,75pt

c. Mettre  $\frac{z_1}{z_2}$  sous forme algébrique. 0,5pt

**EXERCICE 3**/03,5points

I-Calculer les limites des fonctions suivantes : 2pt

1)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{x^2+3} - 5x$     2)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+x}-1}{x}$     3)  $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{3}} \frac{2\cos x - 1}{3x - \pi}$     4)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\cos x}{x^2 + 1}$

II-Déterminer les branches infinies à la courbe des fonctions suivantes : 1,5pt

$f(x) = \frac{\sqrt{4x^2+x+1}-x}{3x}$  ;  $h(x) = \sqrt{x^2 + 3x + 4} - x$

**EXERCICE 4** /04,5points

Soit  $f$  la fonction définie de  $D = ]1, +\infty[$  dans  $\mathbb{R}$  par  $f(x) = \frac{1}{x-1} - \sqrt{x}$  .

1) Montrer que la dérivée de  $f$  sur  $D$  est  $f'(x) = -(\frac{1}{(x-1)^2} + \frac{1}{2\sqrt{x}})$  0,5pt

2) En déduire les variations de  $f$ , puis dresser son tableau des variations. 1pt

3) Déduire que l'équation  $f(x) = 0$  admet une unique  $\alpha$  solution dans l'intervalle] 1, 2]. 0,5pt

4) a- Montrer que  $f$  est une bijection de  $D$  dans  $\mathbb{R}$  puis justifier que  $f^{-1}$  est dérivable sur  $\mathbb{R}$ . 0,5pt

b- Calculer  $f^{-1}(-1)$  et  $(f^{-1})'(-1)$ . 1pt

5) Soit  $g: ]0; +\infty[ \rightarrow \mathbb{R}$  tel que  $h(x) = 1 + \frac{1}{\sqrt{x}}$ . On admet que  $1 + \frac{1}{\sqrt{x}} = x$

a) Montrer que pour tout  $x \in [1,2]$  ,  $|h'(x)| \leq \frac{1}{2}$  . 0,5pt

b) Dédurre que pour tout  $x \in [1,2]$  ,  $|h(x) - a| \leq \frac{1}{2}|x - a|$ .

0,5pt

**Partie B : évaluation des compétences**

4,5points

**Situation**

La population d'une région est de l'ordre 5 millions d'habitants. Le taux d'accroissement moyen de cette population est de 1,6% par an. On a relevé la taille de 40 athlètes devant représenter cette région aux jeux olympique à Londres. Les résultats sont donnés dans le tableau ci-dessous :

<b>Taille (cm)</b>	<b>157</b>	<b>162</b>	<b>167</b>	<b>172</b>	<b>177</b>	<b>182</b>
<b>Effectif</b>	<b>3</b>	<b>8</b>	<b>10</b>	<b>10</b>	<b>7</b>	<b>2</b>

Les athlètes les plus performants sont ceux qui ont la taille médiane et l'écart type inférieur à 5 cm. Pour leur seul repas lourd, leur cuisinière a acheté 41 400 F pour un mélange de 30 kg de viande sans os et de viande avec os .Un kilogramme de viande sans os coute 1 500F et un kilogramme de viande avec os coute 1 300F.

**Tâches :**

1 Dans combien d'années la population de cette région aura-t-elle doublée ?

1,5pt

2-Les athlètes de cette région sont-ils performants ?

1,5pt

3-Calculer le nombre de kilogramme de viande de chaque espèce.

1,5pt

**Présentation :**

**0,5pt**