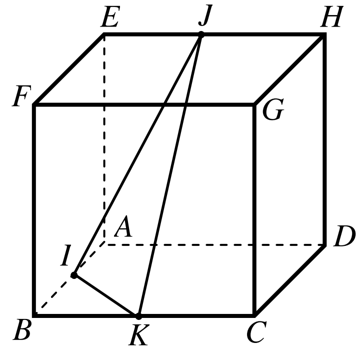
COLLEGE POLYVALENT LA PERLE PLUS
SIS CAMP SONNEL OYOM ABANG
DEPARTEMENT DE MATHEMATIQUES
B.P. 510 YDE

Année scolaire : 2021-2022
Examen : PROBATOIRE BLANC
Série : C Session : Mai 2022
Durée : 3h Coefficient : 6
Par : M. RAYEZ

EPREUVE DE MATHEMATIQUES N°4 DU 2ème TRIMESTRE

PARTIE A : EVALUATION DES RESSOURCES (15 points)

EXERCICE 1 : (4 points)



$ABCDEFGH$ est un cube. I, J et K sont les milieux respectifs des segments $[AB],[EH]$ et $[BC]$.

On munit l'espace du repère orthonormé direct $(A, \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD}, \overrightarrow{AE})$.

1. Démontre que la droite (FD) est orthogonale au plan (IJK). **1pt**
2. Déduis-en une équation cartésienne du plan (IJK). **0,5pt**
3. Détermine une représentation paramétrique de la droite (FD). **0,5pt**
4. Détermine les coordonnées du point Ω, intersection de la droite (FD) et du plan (IJK). **1pt**
5. **(a)** Détermine la nature du triangle IJK et calcule son aire. **0,5pt**

   (b) Calcule le volume du tétraèdre $FIJK$. **0,5pt**

EXERCICE 2 : (3,25 points)

Soit (U_n) et (V_n) les suites définies par $U_0 = 6$ et $\forall n \in \mathbb{N}, U_{n+1} = \frac{1}{5}U_n + \frac{4}{5}$; $V_n = U_n - 1$.

1. Calcule U_1, V_0 et V_1. **0,75pt**
2. Démontre que (V_n) est une suite géométrique ; précise la raison et le premier terme. **0,75pt**
3. Exprime V_n , puis U_n en fonction de n. **0,75pt**
4. On pose $T_n = V_0 + V_1 + V_2 + \cdots + V_n$ et $S_n = U_0 + U_1 + U_2 + \cdots + U_n$ pour tout $n \in \mathbb{N}$.
   Exprime T_n et S_n en fonction de n. **1pt**

EXERCICE 3 : (3,75 points)

$ABCD$ est un rectangle de centre O, de dimension $AB = 6cm$ et $BC = 8cm$. G est le centre de gravité du triangle ABC et I est le milieu de $[AB]$.

1. Fais une figure. **0,75pt**
2. Soit h une application du plan dans lui-même transformant chaque point M en un point M' tel que $\overrightarrow{MM'} = \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}$.

   (a) Démontre que h est une homothétie de centre G et de rapport -2. **0,75pt**

   (b) Quelle est l'image du point B par l'homothétie h ? **0,5pt**
3. Soit (Σ) le lieu des points M du plan tels que $MA^2 - MB^2 = 36$.

   (a) Démontre que le point C appartient à (Σ). **0,5pt**

   (b) Démontre que (Σ) est une droite que l'on déterminera et que l'on représentera. **0,75pt**

   (c) Détermine et représente l'image (Σ') de (Σ) par l'homothétie h. **0,5pt**

EXERCICE 4 :   (4 points)

On considère la fonction numérique f à variable réelle x définie par : $f(x)=ax+b+\dfrac{c}{x-2}$ où a,b et c sont des constantes réelles.

On donne ci-contre le tableau de variations de la fonction f.

x	$-\infty$		1		2		3		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	$\|\|$	$+$	0	$-$	
f	$+\infty$	$\searrow$	0	$\nearrow$	$+\infty$ $\|\|$ $-\infty$	$\nearrow$	-4	$\searrow$	$-\infty$

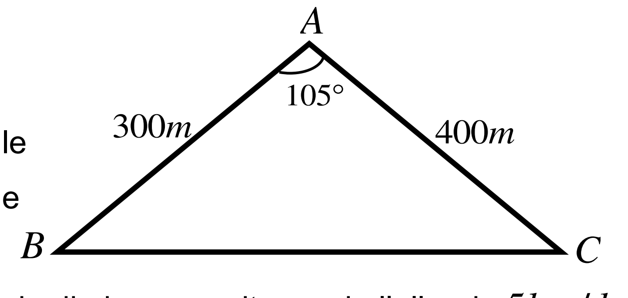
1. Détermine les réels a,b et c. **1pt**
2. Précise les équations des asymptotes à (C_f). **0,5pt**
3. Montre que le point $\Omega(2;-2)$ est centre de symétrie pour la courbe (C_f). **0,5pt**
4. Construis la courbe (C_f) ainsi que ses asymptotes dans un repère orthonormé $(O,\vec{i},\vec{j})$. **1pt**
5. Soit g la fonction définie par $g(x)=f(|x|)$. On note (C_g) la courbe de g.
   (a) Détermine l'ensemble de définition de g. **0,25pt**
   (b) Etudie la parité de g, puis construis la courbe (C_g) de g dans le repère précédent. **0,75pt**

PARTIE B : EVALUATION DES COMPETENCES (5 points)

SITUATION :

ABOU habite la localité d'**Edéa** en bordure du fleuve Sanaga. Il a une vieille pirogue à moteur qui lui permet de se déplacer sur la Sanaga. Afin de ménager son moteur ou sa vieille boîte de vitesse, il se déplace chaque fois à vitesse constante pour tout déplacement de plus de $5km$ à bord de cette pirogue. Pour un déplacement à vitesse constante v et pendant chaque heure, la consommation de carburant en litres de cette pirogue est $0,4+0,001v^2$.

Dans un village riverain de la Sanaga et situé à $40km$ d'**Edéa** par voie fluviale, **ABOU** avait acheté un champ. Il voulait sécuriser ce champ en l'entourant de grillage. A bord de sa pirogue et à vitesse constante v, **ABOU** et son fils **ABDEL** s'étaient rendus dans ce champ afin de déterminer la longueur du grillage nécessaire pour cette sécurisation. Arrivé au champ, **ABDEL** a constaté que le champ a la forme d'un triangle ABC avec $AB=300m$ et $AC=400m$. N'ayant pas eu le temps pour mesurer le côté $[BC]$, **ABDEL** a mesuré l'angle en A de ce triangle tout en promettant à son père perplexe, la valeur exacte de BC une fois de retour à **Edéa**.(voir figure ci-contre)



Pour le retour à **Edéa**, **ABDEL** a demandé à son père de diminuer sa vitesse de l'aller de $5km/h$ et cette diminution leur a permis de réduire la consommation de carburant de l'aller de $4cl$.

Tâches :

1. Détermine la vitesse qu'**ABOU** aurait dû adopter d'**Edéa** au champ, pour avoir une consommation minimale de carburant à l'aller. **1,5pt**
2. Détermine la vitesse de la pirogue qu'avait adopté **ABOU** à l'aller. **1,5pt**
3. Détermine en mètres, la longueur exacte du grillage nécessaire pour entourer complètement le champ. **1,5pt**

Présentation : 0,5pt