

COLLEGE POLYVALENT BILINGUE NEGOU

Épreuve :	Classe :	Devoir :	Coefficient :	Année scolaire :	Durée :
Mathématiques	Première C et D	N°2	6 ou 4	2022/2023	3hrs

Examineur : M. Nougne Sorel

L'épreuve comporte deux parties indépendantes réparties sur deux pages. Le candidat devra traiter chacune des parties. La qualité de la rédaction sera prise en compte dans l'évaluation de la copie du candidat.

PARTIE A : ÉVALUATION DES RESSOURCES 15 points

EXERCICE 1 : 3,25points

On considère le polynôme P défini par : $P(x) = x^4 - x^3 - 13x^2 + x + \alpha$ où α est un paramètre réel.

1. Déterminer α pour que 1 soit une racine du polynôme P . 0,5pt
2. Calculer alors $P(-1)$, puis conclure. 0,5pt
3. Déterminer le polynôme Q tel que, $\forall x \in \mathbb{R}, P(x) = (x^2 - 1)Q(x)$. 0,75pt
4. Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $P(x) = 0$. 0,75pt
5. Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'inéquation $P(x) < 0$. 0,75pt

EXERCICE 2 : 4,5points

1. Démontrer que pour tout $x \in]0; \frac{\pi}{2}[$, $\frac{\sin 3x}{\sin x} - \frac{\cos 3x}{\cos x} = 2$. 0,75pt
2. Soient a et b deux nombres réels.
 - a) Montrer que $\cos(a + b) + \cos(a - b) = 2\cos(a) \times \cos(b)$. 0,5pt
 - b) En déduire la valeur de $\cos\left(\frac{\pi}{12}\right) \times \cos\left(\frac{5\pi}{12}\right)$. 0,75pt
3. a) Montrer que $\cos(a) + \cos(b) = 2\cos\left(\frac{a+b}{2}\right) \times \cos\left(\frac{a-b}{2}\right)$. 0,75pt
 - b) En déduire la valeur de $\cos\left(\frac{\pi}{12}\right) + \cos\left(\frac{5\pi}{12}\right)$. 0,75pt
4. Utiliser les questions précédentes pour déterminer $\cos\left(\frac{\pi}{12}\right)$ et $\cos\left(\frac{5\pi}{12}\right)$. 1pt

EXERCICE 3 : 3,25points

On considère l'équation (E) : $4\sin^2 x - 2(1 + \sqrt{3})\sin x + \sqrt{3} = 0$.

1. Vérifier que $4 - 2\sqrt{3} = (1 - \sqrt{3})^2$. 0,25pt
2. Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation : $4x^2 - 2(1 + \sqrt{3})x + \sqrt{3} = 0$. 1pt
3. En déduire les solutions dans $]-\pi; \pi]$ de l'équation (E). 1pt
4. Résoudre dans $\mathbb{R}$ puis dans $[0; 2\pi[$, l'inéquation (I) : $4\sin^2 x - 2(1 + \sqrt{3})\sin x + \sqrt{3} \geq 0$. 1pt

EXERCICE 4 : (Série C uniquement) 4points

Le plan est muni d'un repère orthonormé (O, I, J) .

1. On considère l'ensemble (C) de représentation paramétrique $\begin{cases} x = 3 + 2\cos\theta \\ y = 3 + 2\sin\theta \end{cases}$ où $\theta \in]-\pi; \pi]$
 - a) Déterminer la nature et les éléments caractéristiques de (C) ? 0,5pt
 - b) Tracer (C) et placer les points P, Q, M et N de (C) de paramètres respectifs $\frac{\pi}{4}; \frac{3\pi}{4}; -\frac{3\pi}{4}$ et $-\frac{\pi}{4}$. 1pt
 - c) Quelle est la nature du quadrilatère PQNM ? 0,25pt
 - d) Écrire une équation cartésienne de (C). 0,5pt

<http://sujetexa.com>

2. On considère le point $A(3; 3)$.

a) Déterminer et représenter l'ensemble (C') des points M du plan tels que :

$$MO^2 + MA^2 = 18.$$

1pt

b) Donner une représentation paramétrique de (C') .

0,25pt

c) Écrire une équation de la tangente à (C') au point O .

0,5pt

EXERCICE 4 : (Série D uniquement)

4points

1. a) Résoudre dans $\mathbb{R}^2$ le système : $\begin{cases} 9x - 5y = 39 \\ 15x - 3y = 81 \end{cases}$.

0,75pt

b) En déduire la résolution dans $\mathbb{R}^2$ du système : $\begin{cases} 9|x| - 5\sqrt{y} = 39 \\ 15|x| - 3\sqrt{y} = 81 \end{cases}$.

0,75pt

2. Résoudre dans $\mathbb{R}^3$ le système : $\begin{cases} x + y + z = 75 \\ 2x + y + z = 105 \\ 6x + 3y + 4z = 340 \end{cases}$

0,75pt

3. En déduire la solution dans $\mathbb{R}^3$ du système : $\begin{cases} \frac{2}{x-2} + \frac{2}{y-1} + \frac{2}{z} = 150 \\ \frac{2}{x-2} + \frac{1}{y-1} + \frac{1}{z} = 105 \\ \frac{6}{x-2} + \frac{3}{y-1} + \frac{4}{z} = 340 \end{cases}$

1pt

4. Des hommes d'affaires organisent une partie de chasse aux buffles, aux autruches et aux oies. A leur retour, on compte au total 75 têtes et 210 pattes d'animaux tués. Le transporteur perçoit une somme de 170 000 F à raison de 3 000 F par buffle, 1 500 F par autruche et 2 000 F par oie. On admettra que chaque animal a une tête, qu'un buffle a 4 pattes, une autruche 2 pattes et une oie 2 pattes. Déterminer alors le nombre de buffles, puis ceux d'autruches et d'oies tués.

0,75pt

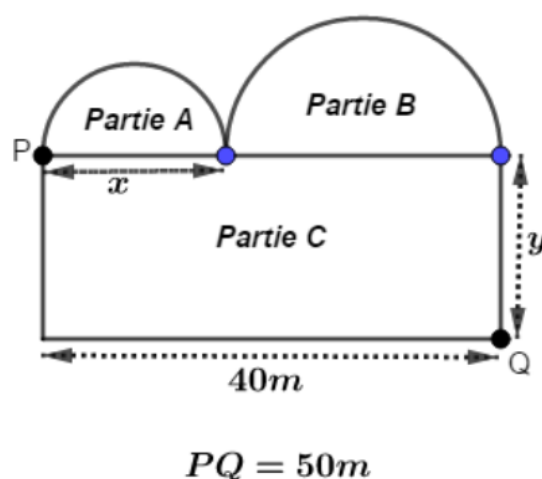
PARTIE B : ÉVALUATION DES COMPÉTENCES 5 points

Situation :

Monsieur ENOW possède une grande réserve divisée en trois parties comme représentée sur la figure ci-contre. Les parties A et B sont des demi-disques ; la partie C a une forme rectangulaire de diagonale $PQ = 50m$.

Monsieur ENOW désire élever sur la partie A des chèvres, sur la partie B des bœufs et sur la partie C des poulets. Il souhaite que l'aire de la partie B soit égale au double de celle de la partie A et il doit élever 5 poulets par mètre carré.

Dans les marchés de la place, il doit acheter 40 bêtes (chèvres et bœufs) à 1150000F. Une chèvre lui coûtera 5000F et un bœuf 100000F.



Tâches :

1. Déterminer l'aire de la partie A.

1,5pt

2. Calculer le nombre maximum de poulets qu'il peut acheter pour élever sur la partie C.

1,5pt

3. Déterminer le nombre de chèvres et de bœufs que doit acheter monsieur ENOW.

1,5pt

Présentation :

0,5pt