Lycée du Manengouba - Nkongsamba		**Année Scolaire 2022 / 2023**	
Département de Mathématiques		**Classe : T^{le} TI**	**Evaluation N°1**
Epreuve de Mathématiques		**Période N° 1**	**Trimestre 1**
Durée : 2 H 00	**Coefficient : 4**	**Proposée par : M. NJANDA NJANDA**	

L'épreuve comporte deux (02) parties obligatoires réparties sur deux pages numérotées de 1 à 2. La qualité de la rédaction, la démarche vers le résultat, et le soin apporté au tracé des figures seront pris en compte dans l'évaluation de la copie de l'apprenant.

I – EVALUATION DES RESSOURCES : [15 Points]

EXERCICE 1 : [5 Points]

Restitution Organisée de Connaissances (ROC)

1. ***a***°) Enoncer clairement le théorème de Bézout. **1 pt**

b°) Montrer que , quel que soit l'entier naturel n , les nombres $a = 9n + 5$ et $b = 7n + 4$ sont premiers entre eux. **1 pt**

3. ***a***°) Enoncer le corollaire du théorème de Bézout. **1 pt**

b°) Les équation $(\mathrm{E}) : 9x - 6y = 2$ et $(\mathrm{E}') : 5x + 7y = 4$ admettent-elles des solutions entières ? **1 pt**

5. ***a***°) Enoncer clairement le critère d'arrêt ou test de primalité. **0, 5 pt**

b°) Montrer que **109** est un nombre premier. **0, 5 pt**

EXERCICE 2 : [5 Points]

1°) Donner l'ensemble des diviseurs positifs de 48. **0, 5 pt**

2°) Résoudre dans $\mathbb{Z} \times \mathbb{Z}$ l'équation $(\mathrm{E}) : 5x - 7y = 1$. **1 pt**

3°) Déterminer le chiffre des unités du nombre $\mathrm{N} = 7^{2022}$. **1 pt**

4°) Soient a un entier naturel strictement supérieur à **3**. Ecrire dans le système de base a le nombre $(a+1)^3$. **0, 5 pt**

5°) Déterminer x et y pour que le nombre $\mathrm{A} = \overline{x43y}^{10}$ soit divisible par **5** et par **9**. **1 pt**

6°) Résoudre dans $\mathbb{Z}$ le système d'équations $(\mathrm{S}) : \begin{cases} x \equiv 1[5] & (1) \\ x \equiv 2[7] & (2) \end{cases}$ **1 pt**

EXERCICE 3 : [5 Points]

1°) Démontrer que, $\forall\, n \in \mathbb{N}$, $\mathrm{A_n} = 3^{2n} - 2^n$ est divisible par 7. **1 pt**

2°) On considère l'expression $\mathrm{A}(n) = 1 \times 2 + 2 \times 3 + 3 \times 4 + \cdots + n \times (n+1)$.

a°) Calculer $\mathrm{A}(1)$ et $\mathrm{A}(2)$. **1 pt**

b°) Démontrer par récurrence que, pour tout entier naturel n , $\mathrm{A}(n) = \frac{n(n+1)(n+2)}{3}$. **1 pt**

3. ***a***°) Démontrer par récurrence que, $\forall\, n \in \mathrm{IN}^*$, $\sum_{k=1}^{n} k(1+k) = \frac{n(n+1)(n+2)}{3}$. **1 pt**

b°) En déduire la somme $\mathrm{S} = \sum_{k=1}^{2021} k(1+k)$. **1 pt**

II – EVALUATION DES COMPETENCES : [5 Points]

Situation :

Afin de coder un message, on assimile chaque lettre de l'alphabet à un nombre entier comme l'indique le tableau ci-dessous :

A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25

Tout nombre entier naturel x compris entre 0 et 25 est « codé » de la façon suivante :

http://sujetexa.com

$*$ On calcule $11x + 8$;
$*$ On calcule le reste de la division euclidienne de $11x + 8$ par 26 que l'on appelle y ;
$*$ x est alors « codé » par y.

Par exemple, la lettre $\mathbf{L}$ est assimilée au nombre 11 et $11 \times 11 + 8 = 129 \equiv 25\ [26]$. 25 est donc le reste de la division euclidienne de 129 par 26. Ainsi, au nombre $\mathbf{25}$ correspond la lettre $\mathbf{Z}$ et la lettre $\mathbf{L}$ est alors codée par la lettre $\mathbf{Z}$.

Tâches :

1°) Coder le mot " **WHISKY** ". **1, 5 pt**

2°) Le but de cette question est de déterminer la fonction de décodage.
Montrer que, pour tous nombres entiers relatifs n et m, on a : $11n \equiv m\ [mod\ 26]$ équivaut à $n \equiv 19\, m\ [mod\ 26]$. En déduire un procédé de décodage. **1, 5 pt**

3°) Décoder le mot " **QHSYOM** ". **1, 5 pt**

Présentation : **0, 5 pt**

http://sujetexa.com