LYCEE CLASSIQUE ET MODERNE DE KAELE 2^{e} TRIMESTRE 2022 CLASSE DE 1^{e} C

EVALUATION 4 DES MATHEMATIQUES 3 heures, coefficient 6

PARTIE A : EVALUATION DES RESSOURCES

EXERCICE 1 : 3 points

Le plan est rapporté à un repère orthonormé $(O;\vec{i};\vec{j})$. Soit le cercle $(C): x^2+y^2-4x+2y+3=0$ et la droite $(D_{a,b}): x+y-a^2-b^2-1=0$. On désigne par Ω le centre du cercle (C). On considère le système $(S):\begin{cases} ax-by=0 \\ x-\sqrt{2}y=0 \end{cases}$; l'équation $(E): -x^2+bx-a=0$ et on pose $G=bar\{(A;a),(B;b)\}$.

1. Exprime en fonction de a et b la distance du point Ω à la droite $(D_{a,b})$. **[0,5 pt]**

2. On dispose de deux urnes U_1 contenant les boules numérotées 0; 1; $\sqrt{2}$ et U_2 contenant les boules numérotées -1; -1; 0; 2; 3; 3. Une opération consiste à tirer deux boules dont l'une dans l'urne U_1 et l'autre dans l'urne U_2. On désigne par a le numéro de la boule tirée de U_1 et par b celui de la boule tirée dans U_2. Détermine le nombre de tirages pour que :
   a. $(D_{a,})$ et (C) soient tangents. **[0,5 pt]**
   b. $(D_{a,b})$ et (C) soient disjoints. **[0,5 pt]**
   c. (S) admette une infinité de solutions. **[0,5 pt]**
   d. (E) admette exactement deux solutions distinctes. **[0,5 pt]**
   e. G soit isobarycentre des points A et B. **[0,5 pt]**

EXERCICE 2 : 4 points

Le plan est muni d'un repère orthonormé (O,I,J).Soit f,t et g trois fonction, (C_f) et (C_t) sont les courbes des fonctions f *et* t respectivement. On donne $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R},\ x\mapsto \frac{x^2+1}{x^2-1}$; $t:\mathbb{R}\to\mathbb{R},\ x\mapsto \frac{-2x+3}{x-2}$ et $g:[1;+\infty[\to\mathbb{R},\ x\mapsto x-3$

1. Montrer que le pont $K\binom{2}{-2}$ est centre de symétrie de (C_t). **[0.75pt]**
2. Justifier que l'axe (OJ) est l'axe de symétrie de (C_f). **[0.5pt]**
3. Détermine l'ensemble de définition $Dfog$ de fog et calculer $\forall x\in Dfog, fog(x)$. **[0.75pt + 0.5pt]**
4. Soit h la restriction de f de $]-\infty;-1[$ vers $]1;+\infty[$.
   a) Montrer que h est bijective. **[1pt]**
   b) Déterminer la bijection réciproque h^{-1} de h **[0.5pt]**

EXERCICE 3 : 3 POINTS

1. Soit la fonction f définie sur $]4;+\infty[$ par $f(x)=x-\sqrt{x}$
a. Démontrer que $\forall x\in\ ]4;+\infty[\ \ f(x)>\sqrt{x}$ **[0,75pt]**
b. En déduire la limite de f en $+\infty$. **[0,25pt]**
2. On considère les polynômes $g(x)=x^2-x-6$ et $h(x)=x^3-64$
a. Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation suivante : $g(x)=0$. **[0,5pt]**
b. Déterminer les réels a et b tel que $h(x)=(x-4)(x^2+ax+b)$ **[0,5pt]**
c. En déduire les limites suivantes : $\lim\limits_{x\to3}\frac{\sqrt{x^2-6}-\sqrt{x}}{x-3}$ et $\lim\limits_{x\to4}\frac{x\sqrt{x}-8}{4-x}$ **[1pt]**

EXERCICE 4 : 3 points

E est un plan vectoriel de base $(\vec{\imath}\,;\vec{\jmath})$; a ∈ IR et f_a l'endomorphisme de E qui au vecteur $\vec{u}(x,y)$ associe le vecteur $\vec{u'}(x',y')$ tel que $\begin{cases} x' = x \\ y' = (1-a)x + ay \end{cases}$

1- a) ecrire la matrice M de f_a dans la base $(\vec{\imath}\,;\vec{\jmath})$. **0.25pt**

b) pour quelles valeurs de a f est-il un automorphisme de E ? **0.25pt**

2- c) déterminer le noyau (kerf_o) et l'image de f_o (Imf_o). **0.5pt*2=1pt**

d) on pose $\vec{e_1} = \vec{\imath} + \vec{\jmath}$; $\vec{e_2} = \vec{\jmath}$; déterminer la matrice M_0 de f dans la base $(\vec{e_1}\,;\vec{e_2})$ **0.5pt**

3- calculer alors $M \times M_0$ et $M_0 \times M$ puis comparer le résultat. **1pt**

EXERCICE 5 : 3 points

Soit ABC un triangle équilatéral de cote 5 cm et de centre de gravité I. Soient D ; E ; F trois points du plan tels que : $\overrightarrow{\mathbf{AD}} = \mathbf{2}\overrightarrow{\mathbf{AB}}$; $\boldsymbol{E} = \mathbf{Bar}\{(\boldsymbol{A};\mathbf{2});(\boldsymbol{C};-\mathbf{1})\}$; $\overrightarrow{\mathbf{BF}} = \frac{\mathbf{1}}{\mathbf{5}}\overrightarrow{\mathbf{BC}}$

1. Fais une figure et place y les points D ; E ; F. **[0.75pt]**

2. Soit $\boldsymbol{k}$ un réel. Détermine l'ensemble des valeurs du réel $\boldsymbol{k}$ pour lesquelles le barycentre les points pondérés $(A,-5k^2+1)$; $(B,2k^2+3k)$; $(C,2k-3)$ existe. **[0.75pt]**

3. On désigne par G est le barycentre des points pondérés $(A;\ 2)$; $(B;-4)$ et $(C;-1)$.

(a) Détermine et construis le point G. **[0.5pt]**

(b) Montre que les points C; D ; et G sont alignés. **[0.5pt]**

4. Montre que les droites (AF) ;(BE) ;(CD) sont concourantes. **[0.5pt]**

PARTIE B : EVALUATION DES COMPETENCES 4,5 points

Situation : Monsieur BAKANG est propriétaire d'un complexe sportif dont il voudrait effectuer la réhabilitation de la piste d'athlétisme et de la route reliant le terrain du handball à celui du football. La piste d'athlétisme est l'espace délimité par les ensembles (C_1) des points M du plan tels que : $\overrightarrow{MA}.\overrightarrow{MB} = 202$ et (C_2) des points M du plan tels que : $\|\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB}\| = \|\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB}\|$ (A et B étant deux points situés dans la zone où la piste est construite tels que $AB = 18m$) et nécessite $1250\ FCFA$ pour la réhabilitation d'un mètre carré.

La route reliant les terrains du handball et du football est rectiligne, de longueur $12m$ et délimitée par les droites (D_1): $2x - y - 4 = 0$ et (D_2): $2x - y + 7 = 0$ situées dans un repère (d'unité $1m$) orthonormé $(O,\vec{\imath},\vec{\jmath})$, du plan du terrain où le complexe sportif est construit ; et sa réhabilitation nécessite $1800\ FCFA$ pour un mètre carré.

Le technicien chargé de ces travaux utilise une machine pour faire du béton. Cette machine utilise une batterie dont la charge dépend de la tension U, en volts, qui lui est appliquée et qui est une fonction du temps t, en heures. On admet que U(t) = 1800$sin(\pi t)$ et que la charge n'a lieu que si la tension est supérieure à 900 volts et pour que la machine puisse être utilisée pendant 8 heures, elle doit subi une charge véritable de 4 heures.

1) Combien doit réserver Monsieur BAKANG pour la réhabilitation de la piste d'athlétisme ? **1,5pt**
2) Combien doit réserver Monsieur BAKANG pour la réhabilitation de la route reliant les terrains de handball et du football ? **1,5pt**
3) Pendant combien de temps la batterie doit rester branchée pour que l'on puisse l'utiliser pendant 8 heures ? **1,5pt**