

MINESEC DRL /DDM Bassin pédagogique de Nkongsamba Ier	Année scolaire 2018-2019	
Evaluation libre de la III^e séquence	Première D	Session : Janvier 2019
Epreuve de Mathématiques	Coef :04	Durée : 03H

EXERCICE 1 Dénombrement (3pts)

- A. Résoudre dans \mathbb{N} l'équation suivante : $A_n^2 + 34 = A_{10}^2$ [0.75pt]
- B. Un sac contient 3 boules vertes, 4 boules rouges et 5 boules blanches indiscernables au toucher. On extrait au hasard et simultanément trois boules du sac.
- 1) Quel est le nombre de tirages possibles ? [0.5pt]
 - 2) Quel est le nombre de possibilités d'obtenir :
 - a) Uniquement des boules de couleur rouge ? [0.5pt]
 - b) Trois boules de couleurs différentes ? [0.5pt]
 - c) Au moins deux boules blanches ? [0.75pt]

EXERCICE 2 Trigonométrie 4,75pts

- 1) Détermine la mesure principale des angles suivants: $\alpha = \frac{17\pi}{3}$ et $\beta = -\frac{193\pi}{4}$ [0.5pt]
- 2) On veut résoudre l'équation $\sin x^4 + \cos x^4 = \frac{3}{4}$.
 - a) Montrer que $a^2 + b^2 = (a + b)^2 - 2ab$. [0.25pt]
 - b) Exprimer $\sin x \cos x$ en fonction de $\sin 2x$. [0.25pt]
 - c) En déduire que : $\sin x^4 + \cos x^4 = 1 - \frac{1}{2} \sin^2 2x$. [0.5pt]
 - d) Résoudre dans \mathbb{R} l'équation : $\sin x^4 + \cos x^4 = \frac{3}{4}$. [0.75pt]
- 3) On considère l'équation : (E) : $4\sin^2 x + 2(\sqrt{2} - \sqrt{3})\sin x - \sqrt{6} = 0$
 - a) Vérifier que : $\sqrt{5 + 2\sqrt{6}} = \sqrt{2} + \sqrt{3}$. [0.25pt]
 - b) Résoudre dans \mathbb{R} l'équation $4t^2 + 2(\sqrt{2} - \sqrt{3})t - \sqrt{6} = 0$. [0.75pt]
 - c) En déduire les solutions dans $[0; 2\pi]$ de l'équation (E). [1pt]
 - d) Placer sur le cercle trigonométrique les images des solutions de (E) [0.5pt]

PROBLEME Barycentres et Généralités sur les fonctions

PARTIE A 4pts

soient les fonctions h et m définies par : h de $\mathbb{R} \setminus \{4\}$ vers $\mathbb{R} \setminus \{3\}$ par

$$h(x) = \frac{3x+5}{x-4} \quad \text{et} \quad g(x) = 3x^2 - 6x.$$

- 1) Montrer que point $\Omega (4 ; 3)$ est centre de symétrie de la courbe (C_h) . [0.75pt]
- 2) Montrer que h est une bijection et déterminer sa bijection réciproque h^{-1} [0.75pt]
- 3) Expliquer comment on peut construire la courbe de $(C_{h^{-1}})$ à partir de la courbe de h [0.25pt]
- 4) Déterminer deux nombre réels a et b tel que pour tout $x \in D_h$ on a : $h(x) = a + \frac{b}{x-4}$ [0.5pt]

- 1) Etudier la parité de la fonction g . **[0.5pt]**
- 2) Montrer que la droite (Δ) d'équation $x = 1$ est axe de symétrie a (C_g) **[0.5pt]**
- 3) Déterminer $D_{f \circ g}$ et Calculer $(f \circ g)(x)$ en fonction de x . **[0.75pt]**

PARTIE B 1,75pts

ABC est un triangle. On désigne par : D le symétrique de B par rapport à A, I le milieu de [AC], J le point tel que $\overrightarrow{BJ} = \frac{2}{3} \overrightarrow{BC}$ et K le point tel que $\overrightarrow{AK} = \frac{1}{3} \overrightarrow{AB}$.

1. Faire la figure **[0.5pt]**
2. Démontrer que les points D, I et J sont alignés **[0.5pt]**
3. Démontrer que les droites (AJ), (BI) et (CK) sont concourantes. **[0.75pt]**

PARTIE C 3,25

Le plan est muni du repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j}) .

On considère les points **A(1 ; 4) ; B(1 ; 1) ; C(-3 ; 1)**.

1. Montrer que les points A, B et C ne sont pas alignés. **[0.25pt]**
2. (\mathcal{C}) désigne le cercle circonscrit au triangle ABC.

a) Montrer qu'une équation cartésienne de (\mathcal{C}) est : $x^2 + y^2 + 2x - 5y + 1 = 0$

[0.75pt]

b) En déduire une représentation paramétrique de (\mathcal{C}) . **[0.5pt]**

3. On considère l'ensemble (\mathcal{C}_1) des points M du plan tels que

$$4MA^2 + 5MB^2 + 3MC^2 = 72$$

a) Déterminer les coordonnées de G, barycentre des points $(A, 4); (B, 5)$ et $(C, 3)$

[0.25pt]

b) Calculer les distances GA^2 , GB^2 et GC^2 . **[0.75pt]**

c) Montrer que (\mathcal{C}_1) est un cercle dont on précisera le centre et le rayon. **[0.75pt]**

PARTIE D 3,25

Le plan est muni d'un repère orthonormé (O, I, J) ; A, B et C sont trois points du plan tels que **A** $\begin{pmatrix} 5 \\ 3 \end{pmatrix}$, **B** $\begin{pmatrix} -1 \\ 3 \end{pmatrix}$ et **C** $\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$. Soit I le milieu de [AB], G_m le barycentre du système $\{(A, m) ; (B, 2) ; (C, 4)\}$

- 1) Déterminer les valeurs de m pour les quelles G_m existe. **[0.25pt]**
- 2) Déterminer la valeur de m pour que G_m soit le milieu du segment [IC]. **[0.5pt]**
- 3) On pose $\vec{u} = m \overrightarrow{MA} + 2 \overrightarrow{MB} + 4 \overrightarrow{MC}$ et $m = 2$

a) Montrer que $\vec{u} = 8 \overrightarrow{MG_2}$ **[0.5pt]**

b) En déduire la nature et les éléments caractéristiques de l'ensemble (E) des points M tels que $||\vec{u}|| = 24$ **[0.5pt x 2]**

4) Soit (F) l'ensemble des points $M \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ du plan tels que $\vec{u} \cdot \overrightarrow{MC} = 0$

i. Montrer que G_2 a pour coordonnées $\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}$. **[0.5pt]**

ii. Déterminer une équation cartésienne de (F). **[0.5pt]**