

MINESEC		Année scolaire 2022-2023
LYCEE BILINGUE DE NGWATTA	ÉPREUVE DE MATHÉMATIQUES	Séquence 3
CLASSE : PD		Coefficient 4 ; Durée : 3h

**PARTIE A****EVALUATION DES RESSOURCES 15,5pts****Exercice 1 5 pts**I. Résoudre dans  $\mathbb{R}$  ou  $\mathbb{R}^3$ 

$$(E) : \sqrt{x-3} = 9-x \quad \mathbf{0,75 \text{ pts}} \quad (F) : 1 - \sqrt{x-3} \geq x-8 \quad \mathbf{0,75 \text{ pts}}$$

$$(G) x^4 - x^2 - 12 = 0 \quad \mathbf{0,75 \text{ pt}} \quad (H) \begin{cases} x+y = 1 \\ xy = -12 \end{cases} \quad \mathbf{0,5 \text{ pts}}$$

$$(I) : \begin{cases} \sqrt{2x-1} - \frac{y+1}{y-2} = -1 \\ 2\sqrt{2x-1} + \frac{5y+5}{y-2} = 19 \end{cases} \quad \mathbf{1 \text{ pts}} \quad (K) : \begin{cases} \frac{2x}{x-1} - \frac{2y}{y-2} + \frac{3z}{z-3} = 7 \\ \frac{-x}{1-x} + \frac{y}{y-2} + \frac{z}{z-3} = 6 \\ \frac{3x}{x-1} - \frac{2y}{2y-4} - \frac{z}{3-z} = 4 \end{cases} \quad \mathbf{1,25 \text{ pts}}$$

**Exercice 2 3,5pts**I. On considère le polynôme  $P(x) = 2x^3 + 3x^2 - 3x - 2$ .

1. Montrer que 1 est une racine de  $P$  **0,25pts**
2. Déterminer 3 réels a, b et c tels que  $P(x) = (x-1)(ax^2 + bx + c)$  **1pts**
3. Résoudre dans  $\mathbb{R}$  l'équation  $P(x) = 0$  et l'inéquation  $P(x) \geq 0$  **0,5 pts**
4. Factoriser  $P$  **0,25 pts**

II. On pose  $K(x) = \frac{x^2 - 8x + 15}{P(x)}$ 

1. Quel est la condition d'existence de  $K(x)$ ,  $x \in \mathbb{R}$  **0,5 pts**
2. Résoudre dans  $\mathbb{R}$  l'inéquation  $K(x) \geq 0$  **1pts**

**Exercice 3 7pts**I. On pose  $A = \cos^2\left(\frac{\pi}{8}\right) + \cos^2\left(\frac{3\pi}{8}\right) + \cos^2\left(\frac{5\pi}{8}\right)$  et  $B = \sin^2\left(\frac{\pi}{8}\right) + \sin^2\left(\frac{3\pi}{8}\right) + \sin^2\left(\frac{5\pi}{8}\right)$ 

- ❶ Montrer que  $A + B = 3$
- ❷ Calculer la valeur exacte de  $A - B$
- ❸ déduire des questions ci-dessus le système d'équations vérifié par  $A$  et  $B$  puis déterminer  $A$  et  $B$

II. Soient  $x$  et  $y$  2 réels tels que  $\tan x$ ,  $\tan y$  et  $\tan(x+y)$  soient définies.

- (a) Montrer que  $\tan(x+y) = \frac{\tan x + \tan y}{1 - \tan x \tan y}$
- (b) En déduire une expression de  $\tan(2x)$  en fonction de  $\tan x$
- (c) démontre que  $\tan(3x) = \frac{3 \tan x - \tan^3 x}{1 - 3 \tan^2 x}$

III. Equations et inéquations trigonométriques.

- ① On pose  $\mathcal{H}(x) = \frac{1 - \sqrt{2} \cos x}{1 - \sqrt{2} \sin x}$
- Quel est dans  $[-\pi ; \pi[$  la condition d'existence de  $\mathcal{H}(x)$  ?
  - Résoudre dans  $[-\pi ; \pi[$  l'équation  $\mathcal{H}(x) = 0$
- ② Résoudre dans  $[0 ; 2\pi[$  l'inéquation  $2 \sin x \leq -\sqrt{3}$
- ③ On se propose de résoudre dans  $[-\pi ; \pi[$  l'équation  $(E) : 2 \cos^2 x + (1 - \sqrt{3}) \cos x - \frac{\sqrt{3}}{2} = 0$
- Montrer que  $4 + 2\sqrt{3} = (1 - \sqrt{3})^2$
  - Résoudre dans  $\mathbb{R}$  l'équation  $(E') : 2x^2 + (1 - \sqrt{3})x - \frac{\sqrt{3}}{2} = 0$  Puis déduire la résolution de l'équation  $(E)$  dans  $[-\pi ; \pi[$
  - Représenter les solutions de  $(E)$  sur le cercle trigonométrique ( prendre le rayon 4cm )

**PARTIE B****ÉVALUATION DES COMPÉTENCES 4,5pts**

Trois amis Paul, Alain et Eric s'associent pour un projet. Les capitaux investis par chacun sont **1 500 000 F** pour Paul , **450 000 F** pour Alain et **1 000 000 F** pour Eric.

Au bout d'un mois, le projet génère un bénéfice de **325 000 F** .

Les investissements de chacun étant différents, Paul affirme qu'il serait plus juste et équitable de ne pas partager le bénéfice à parts égales mais d'une manière proportionnelle au capital de chacun.

Alain n'étant pas d'accord décide de sortir du projet après le partage et d'aller placer tout son argent dans une banque à un taux d'intérêt annuel composé. Quant à Eric , il préfère retirer **500 000 F** pour aller s'acheter un terrain rectangulaire dont le périmètre est **134 m** et la superficie **1050 m<sup>2</sup>**.

Tâche 1 : Aider Paul à déterminer la part de chacun dans le bénéfice généré par le projet. **1,5pts**

Tâche 2 : Aider Eric à trouver les dimensions de son champ.

Tâche 3 : Alain hésite entre deux banques , l'une qui propose un taux d'intérêt de **7%** et l'autre qui affirme qu'au bout de deux ans, le placement d'Alain aura augmenté de **12,36 %** .

Aide Alain à faire le bon choix en comparant les taux d'intérêt de chaque banque. **1,5pts**

<b>CRITÈRES DE CORRECTION DE L'ÉVALUATION DES COMPÉTENCES</b>			
Pour chaque tâche	Interprétation correcte de la situation : <b>0,5pts</b>	utilisation correcte des savoirs mathématiques : <b>0,5pt</b>	<b>Cohérence : 0,5pt</b>