

Partie A : EVALUATION DES RESSOURCES (15points)**Exercice 1 : (4,5 pts)**

- 1) Soit f la fonction définie sur $]0; +\infty[$ par $f(x) = x - 2 - 2x \ln x$
- a). Détermine son sens de variation puis son tableau de variation 1pt
- b). Déduis en le signe de $f(x)$ 0,25pt
- 2) Soit g la fonction définie sur $]0; 2[\cup]2; +\infty[$ par $g(x) = \frac{\ln x}{(x-2)^2}$, on note C sa courbe représentative dans un repère orthonormé (O, I, J) .
- a) Calcule les limites de g aux bornes de son ensemble de définition puis déduis en que C admet trois asymptotes dont on précisera. 1pt
- b). Démontre que $\forall x \in]0; 2[\cup]2; +\infty[, g'(x) = \frac{f(x)}{x(x-2)^3}$ 0,5pt
- c) Détermine le sens de variation de g et dresse son tableau de variation 0,75pt
- d) Détermine une équation de la tangente (T) à la courbe C au point d'abscisse 1 0,25pt
- e) Construire C et (T) dans le repère (O, I, J) (unité 2 cm) 0,75pt

Exercice 2 : (05 pts)

- I. On considère les nombres complexes $z_1 = \sqrt{2}e^{\frac{\pi i}{4}}$; $z_2 = \sqrt{3} - i$
- 1) Ecrire z_2 sous forme exponentielle. 0,25pt
- 2) En déduire la forme trigonométrique de $\frac{z_1}{z_2}$ 0,5pt
- 3) Donner la forme algébrique de $\frac{z_1}{z_2}$. 0,5pt
- 4) En déduire la valeur exacte de $\sin \frac{5\pi}{12}$ 0,5pt
- II. Le plan complexe est muni du repère orthonormé direct $(O; \vec{e}_1; \vec{e}_2)$. On considère les points A, B et C d'affixes respectives $z_A = -1 + i$, $z_B = 1 - i$ et $z_C = 3 + i$.
1. Placer les points A, B et C dans le plan complexe. 1pt
2. Montrer que le triangle ABC est rectangle isocèle en B. 0,5pt
3. Déterminer l'affixe du point D tel que ABDC soit un carré. 0,5pt
- IV. Déterminer les racines sixièmes de l'unité 1,25pt

Exercice 3 : (0,5X6=03pts)

- I.
1. Pour tout entier naturel n non nul, on pose : $A_n = 1 + 2 + \dots + n$. Montrer que $A_n = \frac{n(n+1)}{2}$.
2. On pose $u_n = 2^n$ et $P_n = u_1 \times u_2 \times \dots \times u_n$. Exprimer P_n en fonction de n .
3. Pour tout entier naturel n non nul, on pose : $V_n = \ln u_n$.
- a) Montrer que (V_n) est une suite arithmétique dont on déterminera son premier terme et sa raison.
- b) Exprimer $S_n = V_1 + V_2 + \dots + V_n$ en fonction de n .
- II.
1. Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $(x+1)(2x^2+5x-3) = 0$.
2. En déduire la résolution dans $\mathbb{R}$ de l'équation : $\ln(2x+3) + \ln(x^2+2x+2) = \ln(8x+9)$.

Exercice 4 : (02,5 pts)

Soit $f: x \mapsto \sin^2 x \cos^3 x$

1- Démontrer que pour tout $x \in \mathbb{R}$, $f(x) = \cos x (\sin^2 x - \sin^4 x)$

0,5pt

2- Linéariser l'expression $f(x)$

1pt

3- En déduire les primitives F de f sur $\mathbb{R}$ de deux façons différentes

2x 0,5pt

Partie B : EVALUATION DES COMPETENCES (5points)

Pallier de compétences : résoudre une situation problème, déployer un raisonnement logique et communiquer à l'aide du langage mathématique en faisant appel à une série statistique double, aux suites numériques, à la fonction logarithme népérien et l'application des nombres complexes à la géométrie et aux transformations planes.

KANA est propriétaire d'un véhicule qu'il conduit depuis quelques années déjà. Durant les six dernières années, il a minutieusement relevé la distance parcourue par son véhicule lorsque le réservoir est plein et a obtenu le tableau suivant :

Années	2017	2018	2019	2020	2021	2022
Rang de l'année(x_i)	1	2	3	4	5	6
DP en km (y_i)	800	780	755	690	655	620

DP = distance parcourue

Avec le temps, le moteur de son véhicule s'est dégradé et KANA estime que si avec le réservoir plein il ne peut parcourir 500 km alors il devra changer de moteur.

Par ailleurs, KANA veut acheter un terrain qui coûte 1 200 000 FCFA. Sur le plan du titre foncier dont l'unité de longueur est de 10 m, le terrain est délimité par les points A, B, C et D. Les points A, B et C sont d'affixes respectives $1 + i$, 3 et $2 - 2i$. Le point D est l'image du point B par la rotation de centre C et d'angle $\frac{\pi}{2}$. Après l'achat, Il souhaite sécuriser ce terrain à l'aide d'un fil barbelé dont le mètre est vendu à 5 000 FCFA.

Afin de réunir la somme nécessaire pour l'achat du terrain, KANA place en Janvier 2017, la somme de 900 000 FCFA dans une banque A qui offre un taux d'intérêt annuel simple de 4%. Après trois années consécutives passées dans cette banque, il retire son capital ainsi que les intérêts produits pour les placer dans une autre banque B qui offre un taux d'intérêt annuel composé de 4%. Après deux années consécutives dans cette nouvelle banque B, il décide de consulter son compte.

Tache1 : Déterminer le montant à prévoir pour l'achat du fil barbelé.

1,5pt

Tache2 : Déterminer clairement à partir de quelle année KANA devra changer de moteur.

1,5pt

Tache3 : Déterminer clairement à partir de quelle année KANA pourra acheter le terrain.

1,5pt

Présentation :

0,5pt

M. MOUOKO