Ministère des Enseignements Secondaires
GROUPE « LES COMPETENTS »
Sis à NGOUSSO ELEVEUR dans l'enceinte du collège SAINT AUGUSTIN
Tél : 676 273 940 / 680 374 314 / 695 81 00 26

Année Scolaire 2022-2023
Vacances utiles
Examinateur : Serge TCHIO
19/12/2022

TRAVAUX DIRIGES N°1 DES CONGES DE NOEL : CLASSE DE T^{le} C

EXERCICE 1 :

On considère les nombres complexes $z_1 = 1 + i\sqrt{3}$ et $z_2 = 2 - 2i$

1. Déterminer la forme algébrique de $z = z_1 \times z_2$
2. Déterminer la forme trigonométrique de $z = z_1 \times z_2$
3. En déduire les valeurs exactes de $\cos\left(\frac{\pi}{12}\right)$ et de $\sin\left(\frac{\pi}{12}\right)$

EXERCICE 2 :

1. Dans le plan complexe muni d'un repère orthonormé, on donne A, B et C d'affixes respectives $a = i\sqrt{3}$, $b = \frac{1-\sqrt{3}}{2}(1-i)$ et $c = \frac{1}{2} + \frac{1}{2}i$. Donner la nature exacte du triangle ABC
2. Déterminer un module et un argument de chacun des complexes suivants $z_1 = 1 + \cos\alpha + i\sin\alpha$, $\alpha \in [0, \pi[$ et $z_2 = -2(\cos 3 + i\sin 3)$
3. Résoudre dans l'ensemble $\mathbb{C}$, l'équation $z - 2 + 3i = i(2\overline{z} - 3i) + 5i$
4. Déterminer deux nombres complexes a et b tels que $\begin{cases} a + b = -4 + i \\ ab = 1 + 13i \end{cases}$
5. Déterminer l'ensemble des points M d'affixe z tels que $|2iz - 4 + 2i| = 6$
6. On pose $u = -\frac{3}{2}\left(\sqrt{2-\sqrt{2}} - i\sqrt{2+\sqrt{2}}\right)$. Calculer u^2 puis déduire le module et un argument de u. En déduire les valeurs exactes de $\cos\left(\frac{5\pi}{8}\right)$ et de $\sin\left(\frac{5\pi}{8}\right)$
7. Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation $z^{2n} - 2z^n\cos\alpha + 1 = 0$ $(n \in \mathbb{N}^*)$
8. Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation $z^2 - 2z + 1 - e^{i2\theta} = 0$ puis donner le module et un argument de chacune des solutions.
9. On pose $z' = \frac{z+2i}{z-2}$ déterminer l'ensemble des points M(z) tels que $z' \in i\mathbb{R}$

EXERCICE 3 :

1. Déterminer les racines quatrièmes de l'unité sous forme algébrique
2. En déduire la résolution dans $\mathbb{C}$ de l'équation $\left(\frac{z-i}{z+i}\right)^4 = 1$

EXERCICE 4 :

Soit f l'application du plan complexe dans lui-même qui à tout point M(z) où $z = x + iy$ associe le point M(z'), $z' = x' + iy'$ tel que $\begin{cases} x' = x + y - 2 \\ y' = -x + y + 1 \end{cases}$

1. Déterminer les coordonnées du point invariant Ω par f
2. Déterminer l'écriture complexe de f
3. En déduire la nature et les éléments caractéristiques de f
4. Déterminer une équation de l'image par f de la droite d'équation $x - 2y + 2 = 0$
5. Déterminer l'image du cercle de centre I(0, 1) et de rayon $r = 2$

EXERCICE 5 :

On considère l'équation (E) : $3z^3 - (4 + 6i)z^2 + (2 + 8i)z - 4i = 0$

1. Montrer que (E) admet une solution imaginaire pure z_0 que l'on déterminera
2. Trouver trois complexes a, b et c tels que
   $3z^3 - (4 + 6i)z^2 + (2 + 8i)z - 4i = (z - z_0)(az^2 + bz + c)$
3. En déduire les solutions dans $\mathbb{C}$ de l'équation (E).