

Partie A : EVALUATION DES RESSOURCES (15points)**Exercice 1 : (5,25pts)**

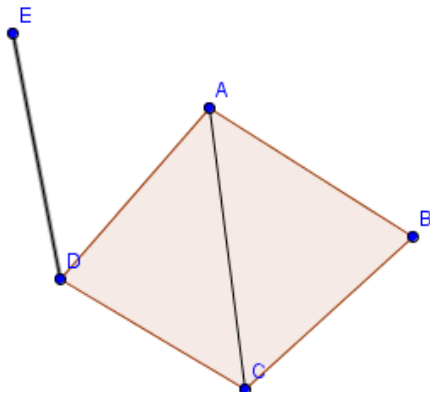
- I- (U_n) est une suite de nombres complexes définie sur $\mathbb{N}$ par $\begin{cases} U_0 = 1 \\ U_{n+1} = (1 + i\sqrt{3})U_n + 3 \end{cases}$ et pour tout $n \in \mathbb{N}$, $V_n = U_n - i\sqrt{3}$.
- 1- Ecrire V_0 sous forme exponentielle. **0,5pt**
 - 2- Montrer que (V_n) est une suite géométrique dont on précisera le premier terme et la raison. **0,75pt**
 - 3- Exprimer V_n puis U_n en fonction de n en les mettant sous la forme exponentielle. **1pt**
 - 4- Calculer $S_n = U_0 + U_1 + U_2 + \dots + U_n$. **0,75pt**
- II- Le plan est rapporté à un repère orthogonal direct $(O, \vec{u}, \vec{v})$. Soient A, B et C les points d'affixes respectives 3, $2i$ et $2 + 5i$. Soit S la similitude directe de centre A qui transforme B en C.
- 1- Montrer que l'écriture complexe de S est : $z' = (1 - i)z + 3i$, puis déterminer l'angle de S. **1pt**
 - 2- Soit D l'image de C par S. déterminer l'affixe de D. **0,5pt**
 - 3- Calculer $\frac{z_D - z_C}{z_A - z_C}$ et déduire la nature exacte du triangle ACD. **0,5pt**
 - 4- En déduire une équation cartésienne du cercle circonscrit au triangle ACD. **0,5pt**

Exercice 2: (4,25pts)

- I- Résoudre dans $\mathbb{R}$ chacune des équations et inéquation suivante :
- a) $\ln(x - 2) + \ln(x) = \ln 3$; **0,75pt**
 - b) $e^{2x^2 - 8 + \ln 5} = 5$ **0,5pt**
 - c) $(1 - \ln(x))(2 - \ln(x)) \geq 0$. **0,75pt**
- II- On donne : $f(x) = \frac{x}{x-1} - \ln(x+1)$, où $\ln$ désigne la fonction logarithme népérien.
- 1- Déterminer le domaine de définition D de f. **0,5pt**
 - 2- On pose $u(x) = \frac{x}{x-1}$; $v(x) = \ln(x+1)$ et $w(x) = (x+1)\ln(x+1) - x$
 - a- Vérifier que $u(x) = 1 + \frac{1}{x-1}$, puis en déduire une primitive U de u sur l'intervalle $] -1; 1[$. **0,75pt**
 - b- Calculer $w'(x)$. Que représente w pour la fonction v ? **0,5pt**
 - c- Déduire de 2a) et 2b) la primitive de f qui s'annule en 0. **0,5pt**

Exercice 3: (1,75pts)

- 1- Définir les termes suivant : arbre ; arbre-couvrant ; graphe connexe. **0,75pt**
- 2- A quoi servent les algorithmes de Prim et KRUSKAL ? Quelle est la différence entre deux algorithmes ?
- 3- Construire un arbre-couvrant du graphe ci-dessous. **0,5pt**



Exercice 4: (4,25pts)

Soit la fonction f de la variable réelle x définie par : $f(x) = \begin{cases} xe^x & \text{si } x \leq 0 \\ x \ln x & \text{si } x > 0 \end{cases}$

- 1- Donner l'ensemble de définition de f . 0,5pt
- 2- Déterminer les limites de f en $-\infty$ et en $+\infty$. 0,5pt
- 3- Etudier la dérivabilité de f en 0 et donner une interprétation graphique. 0,75pt
- 4- Etudier le sens de variation de f et dresser son tableau de variation. 1pt
- 5- Etudier les branches infinies à la courbe de f en $+\infty$. 0,5pt
- 6- Tracer la courbe C_f de f dans un repère orthonormé (O, I, J) du plan. Unité sur les axes : 2cm 1pt

B. Évaluation des compétences / 4,5pts

Le plan d'un village V est représenté par un quadrilatère ABCD avec $A(-1 + 3i)$, $B(4 + 3i)$, $C(z_1)$ et $D(z_2)$ dans le plan muni d'un repère orthonormé directe R d'unité 1km sur les axes. z_1 et z_2 étant les solutions de l'équation $z^2 - (1 + 10i)z - 27 + 5i = 0$ telle que $\text{Re}(z_1) > \text{Re}(z_2)$. La densité de la population de ce village est de 500 habitants au km^2 . une maladie contagieuse M fait son apparition dans ce village, causée par l'infection d'un virus α . un jour avant l'apparition de cette maladie, on a constaté que 40% de la population est constituée des personnes du troisième âge. Deux jours après l'apparition des premiers cas d'infection, un laboratoire L est appelé pour donner son expertise sur l'expansion du virus α dans la population de ce village. Le nombre d'individus infectés t jours après l'apparition des premiers cas infectés par ce virus est modélisé par $f(t)$ où f est une fonction de dérivée $f'(t) = -3t^2 + 300$ avec $f(1) = 299$ et $t \in [1; 17]$.

Toujours deux jours après l'apparition des premiers cas d'infection, une ONG mobilise dès cet instant 60 médecins pour apporter des soins aux personnes infectées. Et ceci pour 14 jours. La prise en charge optimale nécessite chaque jour, un médecin pour 12 personnes infectées. Par ailleurs une ONG veut doter un GIC du village d'un silo de forme cylindrique et creux en acier inoxydable de faible épaisseur. Ce silo servira à conserver des graines sèches de maïs. Une base de ce silo est obtenue d'un domaine plan délimité par l'ensemble des points M d'affixes z d'un plan muni d'un repère R' orthonormée directe d'unité sur les axes 1 m. avec $4\bar{z} + |z|^2$ imaginaire pur. La hauteur de ce silo devra être de 5 m. on note que pour un volume d'un mètre cube, on a une masse de 600 Kg de maïs sec en grains.

Taches :

- 1- Quel est le nombre de personnes du troisième âge de ce village un jour avant l'apparition de la maladie M dans le village ? 1,5pt
- 2- La prise en charge est-elle optimale pendant la période où l'aide est apportée par l'ONG ? 1,5pt
- 3- Quelle masse de grains de maïs sec peut contenir le silo lorsqu'il est plein de grains ? 1,5pt