

| INSTITUT BAUDELAIRE BILINGUE | | | | | |
|------------------------------|----------|----------------------|----------|-----------|-------------------|
| Evaluation n°3 | Série | Épreuve | COEF | DURÉE: | Année scolaire |
| TERMINALE | D | MATHÉMATIQUES | 4 | 4H | 2022- 2023 |

Partie A : EVALUATION DES RESSOURCES (15points)

Exercice 1 : (03,75pts)

Dans le plan complexe (O, u, V) on considère la suite $(M_n)_{n \in \mathbb{N}}$ de points M_n d'affixe z_n telle que $z_0 = 1$ et pour tout entier n , $z_{n+1} = \frac{1+i}{3} z_n$.

- 1) Pour tout entier naturel n , on pose : $u_n = \arg(z_n)$.
 - a) Démontrer que la suite $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ est une suite arithmétique de raison $\frac{\pi}{4}$. 0,5pt
 - b) Exprimer u_n en fonction de n . 0,5pt
- 2) Soit $(v_n)_{n \in \mathbb{N}}$ la suite définie par $v_n = |z_n|$.
 - a) Démontrer que la suite $(v_n)_{n \in \mathbb{N}}$ est géométrique de raison $\frac{\sqrt{2}}{3}$. 0,5pt
 - b) En déduire l'expression de v_n en fonction de n . 0,5pt
- 3) Déduire de ce qui précède l'expression de z_n en fonction de n . 0,5pt
- 4) Pour tout entier n , calculer $W_n = |z_{n+1} - z_n|$ en fonction de n . 0,5pt
- 5) On pose : $S_n = W_0 + W_1 + \dots + W_n$. Exprimer S_n en fonction de n . 0,75pt

Exercice 2 : (04,5pts)

On s'intéresse à l'évolution du parc automobile dans un pays P. x_i désigne le rang de l'année et y_i désigne le nombre de voitures exprimé en millions. NDV = nombre de voitures.

| années | 1990 | 1994 | 2000 | 2005 | 2010 | 2016 | 2017 |
|-----------------------|------|------|------|------|------|------|------|
| Rang de l'année x_i | 1 | 5 | 11 | 16 | 21 | 27 | 28 |
| NDV y_i | 11,8 | 14,6 | 18,4 | 24,7 | 26,7 | 27,8 | 25,5 |

- 1- Représenter le nuage de points associé à la série statistique double $(x_i; y_i)$. dans un plan muni d'un repère orthogonal (on prendra 0,5 cm pour une année en abscisse et 1 cm pour 1 million de voitures en ordonnée. On commencera la graduation à 10 millions) 1pt
- 2- Calculer les coordonnées du point moyen G. 1pt
- 3- Calculer le coefficient de corrélation linéaire à 10^{-2} près de cette série puis conclure. 1,25pt
- 4- Par la méthode des moindres carrés, déterminer une équation de la droite de régression de y en x . 0,75pt
- 5- En supposant que ce modèle est valable jusqu'à l'an 2020, faire une estimation du nombre de véhicules en l'an 2020 dans le pays P. 0,5pt

Exercice 3 : (03pts)

Le plan est rapporté à un repère orthonormé direct (O,I,J). Soient les complexes $z = x + iy$ et $z' = x' + iy'$.

On considère la transformation r définie par : pour tout point M d'affixe z , on associe le point M' d'affixe z' tel

$$\text{que : } \begin{cases} 2x' = x - y\sqrt{3} + \sqrt{3} \\ 2y' = x\sqrt{3} + y + 1 \end{cases}$$

- 1- a) Donner l'écriture complexe de r . 0,75pt
- a) En déduire la nature exacte et les éléments géométriques de r . 0,5pt

- 2- Soit h l'application du plan qui a tout point M d'affixe z associe le point M' d'affixe z' tel que $z' = -2z + 3i$. Montrer que h est une homothétie de centre $\Omega(0 ; 1)$. **0,5pt**
- 3- On considère $s = h \circ r$
- Déterminer la nature et les éléments géométriques de s **0,75pt**
 - Donner l'expression exponentielle de s . **0,75pt**

Exercice 4 : (03,75pts)

I- f est une fonction définie sur $[1; +\infty[$ par $f(x) = \frac{4x^3 - 3x}{(2x-1)^2}$

- Ecrire f sous la forme $f(x) = ax + b + \frac{c}{(2x-1)^2}$ **0,75pt**
- Déterminer les primitives de f sur $[1; +\infty[$. **0,75pt**
- En déduire la primitive de f qui s'annule en 1. **0,5pt**

II- Soit $f: x \rightarrow \sin^2 x \cos^3 x$

- Démontrer que pour tout $x \in \mathbb{R}$, $f(x) = \cos x (\sin^2 x - \sin^4 x)$ **0,5pt**
- Déterminer alors toutes les primitives de f sur \mathbb{R} **0,75pt**
- En déduire la primitive F de f sur \mathbb{R} qui prend la valeur $-\sqrt{2}$ en $-\pi$ **0,5pt**

Partie B : EVALUATION DES COMPETENCES (5points)

KANA est propriétaire d'un véhicule qu'il conduit depuis quelques années déjà. Durant les six dernières années, il a minutieusement relevé la distance parcourue par son véhicule lorsque le réservoir est plein et a obtenu le tableau suivant :

| Années | 2017 | 2018 | 2019 | 2020 | 2021 | 2022 |
|-----------------------|------|------|------|------|------|------|
| Rang de l'année x_i | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
| DP en km y_i | 800 | 780 | 755 | 690 | 655 | 620 |

DP = distance parcourue

Avec le temps, le moteur de son véhicule s'est dégradé et KANA estime que si avec le réservoir plein il ne peut parcourir 500 km alors il devra changer de moteur.

Par ailleurs, KANA veut acheter un terrain. Sur le plan du titre foncier dont l'unité de longueur est de 10m, le terrain est délimité par les points A, B, C et D. Les points A, B et C sont d'affixes respectives $1 + i$, 3 et $2 - 2i$. Le point D est l'image du point B par la rotation de centre C et d'angle $\frac{\pi}{2}$. Il souhaite sécuriser ce terrain à l'aide d'un fil barbelé dont le mètre est vendu à 5 000 FCFA.

Afin de réunir la somme nécessaire pour l'achat du terrain, KANA place la somme de 300 000 FCFA dans une banque A qui offre un taux d'intérêt annuel simple de 4%. Après trois années consécutives passées dans cette banque, il retire son capital ainsi que les intérêts produits pour les placer dans une autre banque B qui offre un taux d'intérêt annuel composé de 4%. Après deux années consécutives dans cette nouvelle banque B, il décide de consulter son compte.

Tache1 : Déterminer le montant nécessaire pour l'achat du fil barbelé. **1,5pt**

Tache2 : Déterminer clairement à partir de quelle année KANA devra changer de moteur **1,5pt**

Tache3 : Déterminer la somme totale que voit KANA lorsqu'il consulte son compte **1,5pt**

Présentation : **0,5pt**