MINISTÈRE DES ENSEIGNEMENTS SECONDAIRES
DÉLÉGATION RÉGIONALE DU CENTRE
COLLEGE LES PHARAONS
DÉPARTEMENT DE MATHÉMATIQUES

EVALUATION TRIMESTRIELLE N°1
CLASSE : T_D DURÉE : 4 HEURES COEF : 4
EXAMINATEUR : M.HERVÉ BATTISTON NGANMENI
NOVEMBRE 2022

NB : ***La clarté de la copie, la qualité de la rédaction et le soin apporté au tracé des figures seront pris en compte dans l'évaluation de la copie du candidat***

PARTIE A : EVALUATION DES RESSOURCES (15,5 points)

Exercice 1 : (4pts)

Les notes obtenues par dix élèves aux épreuves de mathématiques et de Chimie d'un examen sont indiquées dans le tableau suivant :

Maths (x_i)	9	12	5	6	9	14	3	6	12	14
Chimie (y_i)	10	13	8	10	13	17	5	8	16	16

1. Déterminer les coordonnées du point moyen G associé à cette série. (0,5pt)
2. Représenter le nuage de points associé à cette série en indiquant le point moyen G. (1pt)
3. Calculer la covariance de cette série. (0,5pt)
4. En déduire une équation de la droite de régression (D) de y en x. (0,75pt)
5. En déduire la note de mathématiques d'un élève ayant obtenue 18 en Chimie. (0,5pt)
6. Calculer le coefficient de corrélation linéaire r et interpréter cette corrélation. (0,75pt)

Exercice 2 : (6pts)

Soit f la fonction définie sur $D = \mathbb{R} - \{-1\,;1\}$ par $f(x) = \dfrac{x^3+2x^2}{x^2-1}$ et $(\mathscr{C})$ sa courbe représentative dans un repère orthonormé ayant $2\,cm$ pour unité graphique.

Partie A : Etude d'une fonction auxiliaire

Soit g la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par : $g(x) = x^3 - 3x - 4$.

1. Dresser le tableau de variation de g sur $\mathbb{R}$. $(1pt)$
2. Montrer qu'il existe un unique nombre réel $\alpha \in [2,1\,;2,2]$ tel que $g(\alpha) = 0$. $(0,5pt)$
3. En déduire le signe de g sur $\mathbb{R}$. $(0,25pt)$

Partie B : Etude de la fonction f

1. Déterminer les limites de f aux bornes de D. En déduire que $(\mathscr{C})$ admet des asymptotes verticales. $(1pt)$
2. En utilisant la définition de α de la partie A, démontrer que $f(\alpha) = \dfrac{3\alpha+4}{2}$. $(0,25pt)$
   (a) Démontrer que pour tout $x \in D$, $f'(x) = \dfrac{xg(x)}{(x^2-1)^2}$. $(0,5pt)$
   (b) En déduire le tableau de variation de f sur D. $(0,5pt)$
3. Démontrer que la droite (Δ) : $y = x+2$ est asymptote oblique à $(\mathscr{C})$ et étudier la position relative de $(\mathscr{C})$ par rapport à (Δ). $(0,75pt)$
4. Déterminer les points d'intersection de la courbe $(\mathscr{C})$ avec les axes du repère et construire $(\mathscr{C})$. $(0,75pt)$
5. Soit h la restriction de f sur $I = [0\,;1[$.
   (a) Montrer que h est une bijection de $I = [0\,;1[$ vers un intervalle J que l'on déterminera. $(0,25pt)$
   (b) Dresser le tableau de variation de h^{-1}. $(0,25pt)$

Exercice 3 : (5,5pts)

I) On considère le polynôme P de la variable complexe z définit par : $P(z) = z^3 - (5+7i)z^2 - (4-25i)z - 12i + 30$.

1. Montrer que $z_0 = 2i$ est une racine du polynôme P. (0,5pt)
2. Déterminer trois nombres complexes a, b et c tel que $P(z) = (z - z_0)(az^2 + bz + c)$ (0,75pt)
3. Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation $P(z) = 0$. (0,75pt)

II) Soit $(U_n)_{n\in\mathbb{N}}$ la suite numérique définie par : $\begin{cases} U_0 & = -1 \\ U_{n+1} & = \sqrt{2U_n + 3} \; pour\ tout\ entier\ naturel\ n \end{cases}$.

1. Déterminer les cinq premiers termes de la suite $(U_n)_{n\in\mathbb{N}}$ et conjecturer la limite de cette suite. (1pt)
2. Démontrer par récurrence que pour tout entier naturel n, on a : $-1 \leq U_n \leq 3$. (1pt)
3. Démontrer par récurrence que la suite $(U_n)_{n\in\mathbb{N}}$ est croissante. (1pt)
4. En déduire que la suite $(U_n)_{n\in\mathbb{N}}$ est convergente et déterminer sa limite l. (0,5pt)

PARTIE B : EVALUATION DES COMPETENCES (04,5 points)

M. FOTSO a regroupé dans le tableau ci-dessous la production moyenne en tonne y d'un jardin de sa société en fonction du nombre d'années pendant 10 ans, par des calculs, il désire estimer la production en tonne de ce jardin la quinzième année si le couple $(x; y)$ formé de l'année x et de sa production y est solution de l'équation de la droite de régression de y en x par la méthode des moindres carrés.

Année (x_i)	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Production (y_i)	3	4	5,1	6	7,5	8	9,4	10,5	11,5	13

Pour les travaux dans ce jardin, M. FOTSO utilise une machine fabriquée par une entreprise qui peut produire en un mois entre 0 et 50 machines. Le bénéfice mensuel de cette entreprise (exprimé en milliers de francs), est modélisé par la fonction B définie pour tout t machines par $B(t) = t^3 - 96t^2 + 2484t + 5000$.
Ce jardin a une forme triangulaire dont les affixes des sommets sont les solutions de l'équation
$z^3 + (3-8i)z + 16 - 2i = 0$, un des sommets étant repéré par son affixe $2+3i$. Il souhaite le clôturer à l'aide d'un grillage dont le double-mètre coûte $3000\,FCFA$.

1. Aider M. FOTSO à déterminer sa production la quinzième année. (1,5pt)
2. Calculer le bénéfice maximal mensuel de l'entreprise. (1,5pt)
3. Quelle somme va dépenser M. FOTSO pour clôturer son jardin ? (1,5pt)

"Nous utilisions les crayons quand nous étions petits. Mais maintenant nous utilisons des stylos... Vous savez pourquoi ? Parce que les erreurs de l'enfance peuvent être effacées, mais ce n'est plus le cas maintenant "

Bonne chance !!!