MINESEC
LYCÉE BILINGUE DE SAKDJE
DÉPARTEMENT DE MATHÉMATIQUES
EXAMINATEUR : DGOUMTSOP TINDO T.

ANNÉE SCOLAIRE : 2022-2023
EVALUATION SOMMATIVE N° : 2
CLASSE : $T^{le}\ C$
DURÉE : 3h ; COEF : 7

ÉPREUVE DE MATHÉMATIQUES

PARTIE A : ÉVALUATION DES RESSOURCES :[15,5 pts]

Exercice 1 :(5 points).

1. Rappele les théorèmes de Bezout et de Gauss. [$1pt$]
2. Résous dans $\mathbb{N} \times \mathbb{N}$, l'équation d'inconnues x et y : $75x + 27y = -6$ [$1pt$]
3. a) Montre que l'espace vectoriel réel E des polynômes de degré inférieur ou égal à 2, est de dimension 3 lorsqu'on le muni des opérations usuelles sur les applications de $\mathbb{R}$ vers $\mathbb{R}$. [$0,5pt$]

   b) Donne la matrice de l'application $\theta : E \longrightarrow E$ telle que $\theta(f) = f'$ la dérivée de f dans la base $B = (u, v, w)$ où $u : x \longmapsto 1$, $v : x \longmapsto x$, $w : x \longmapsto x^2$. [$0,5pt$]
4. Soit u un nombre complexe différent de 1 et z un nombre complexe quelconque.

   a. Montre que si u est de module 1 , alors $\dfrac{z - u\overline{z}}{1-u} \in \mathbb{R}$. [$0,5pt$]

   b. Montre que si $\dfrac{z - u\overline{z}}{1-u} \in \mathbb{R}$ et $\overline{u}z - u\overline{z} = 0$, alors ($z \in \mathbb{R}$ ou $|u| = 1$). [$0,5pt$]
5. On a $z \in \mathbb{C}$ tel que $z + \frac{1}{z} = 2\cos(\theta)$ avec θ un nombre réel quelconque. Soit $n \in \mathbb{Z}$.

   a) Résous $z^2 - 2\cos(\theta)z + 1 = 0$ et mettre le résultat sous forme exponentielle. [$0,5pt$]

   b) Déduis-en que $z^n + \frac{1}{z^n} = 2\cos(n\theta)$. [$0,5pt$]

Exercice 2 :(5 points).

On considère la suite $(a_n)_n$ définie sur $\mathbb{N}$ par : $a_n = 2 \times 5^n + 7$.

1. a. Justifie que pour tout entier naturel n, a_n est un entier naturel impair. [$0,5pt$]

   b. Détermine suivant les valeurs de n le reste modulo 8 de 5^n. [$0,75pt$]

   c. Déduis-en que pour tout $n \in \mathbb{N}$, $a_n \equiv 1[8]$. [$0,75pt$]
2. a. Montre que si $\begin{cases} x \equiv 1(mod\ 8) \\ x \equiv 7(mod\ 125) \end{cases}$, alors $x \equiv 257(mod\ 1000)$. [$0,75pt$]

   b. Montre que pour tout $n \geq 3$, $a_n \equiv 257(mod\ 1000)$. [$0,5pt$]

   c. Quels sont les trois derniers chiffres de l'entier $A = (2 \times 5^{2020} + 7) \times (2 \times 5^{2021} + 7)$? [$0,5pt$]
3. a) Vérifie que pour tout entier naturel n, $5a_{2n} - a_{2n+1} = 28$. [$0,25pt$]

   b) Soit $\delta = pgcd(a_{2n}; a_{2n+1})$. Montrez par l'absurde que δ est différent de 7. [$0,5pt$]

   c) Trouve alors les valeurs possibles de δ. [$0,5pt$]

Exercice 3 :(5 points).

Une association de sage-femme a mené une enquête sur le nombre de naissances journalières par sexe dans la ville de Dschang. Les résultats obtenus auprès de 10 maternités sont regroupés dans le tableau ci-dessous :

Garçon (X)	2	5	5	7	8	9	9	10	12	14
Fille (Y)	1	3	3	5	9	10	10	11	11	12

1. Dresse le tableau des effectifs des séries marginales de cette série statistique. [$1pt$]
2. Calcule les coordonnées du point moyen de cette série statistique. [$0,5pt$]
3. Ressors le tableau à double entrée des données de la série statistique double (X, Y) décrite par le tableau ci-dessus. [$1pt$]
4. Représente le nuage de points associé à cette série en indiquant le point moyen G. [$1pt$]
5. Un ajustement affine de ce nuage de points est-il envisageable ? [$0,25pt$]
6. a- Détermine l'équation de la droite de régression de y en x par la méthode de Mayer. [$0,75pt$]

   b- En déduis le nombre de naissances des filles si celui des garçon est 24. [$0,5pt$]

PARTIE B : ÉVALUATION DES COMPETENCES :[4,5 pts + bonus potentiel]

Situation-problème :

Monsieur Ahmadou est le gestionnaire de l'entreprise où vous avez postulé pour un emploi. M. Ahmadou vous explique, lors de l'interview, que le bénéfice b en fonction du nombre x (en milliers) de chaussures est défini par :
$b(x) = x^3 - x^2 - 5x + 5$, avec $1 < x < 3$.
L'entrepreneur sait qu'il existe un nombre unique de chaussure $x = X$ pour lequel le bénéfice est nul. L'entreprise est située dans un village où les habitants fêtent deux évènements N et Y. L'évènement N est célébré tous les 140 jours et l'évènement Y, tous les 108 jours. Les jours où les fêtes des évènements N et Y coïncident sont considérés comme jours de grâce. Un matin M le village a célébré Y, huit jours après avoir célébré N. L'entreprise souhaite éviter de programmer une journée de travail, à la fête du prochain jour de grâce.

M. Ahmadou vous propose de l'aider pour ces trois tâches pour passer votre interview :

Tâches :

1. Donne numériquement, à l'unité près, le nombre de chaussures dont le bénéfice est nul. [$3pts$]
2. Donne(en fonction de X) l'intervalle de valeurs du nombre de chaussures menant à un gain positif ? [$3pts$]
3. Trouve le jour de grâce le plus proche après le matin M. [$3pts$]