COLLEGE HERPHIL
DEPARTEMENT DE MATHÉMATIQUES

ANNEE SCOLAIRE 2022/2023
EVALUATION DE FIN DE TRIMESTRE 1

Classe : Première
Série : D

Durée :3 h
Coef : 4

MATHEMATIQUES

PARTIE A : EVALUATION DES RESSOURCES 15pts

Exercice 1 3,75 points

Soit l'équation (*E*) : $x^4 - 7x^2 + 12 = 0$

1- Résoudre dans $\mathbb{R}$ puis dans $\mathbb{Q}$ l'équation (E). **0,75+ 0,25=1pt**

2- On pose $y = a + b\sqrt{3}$ où a et b sont des nombres rationnels non nuls tels que $y^2 = 21 - 12\sqrt{3}$.

a) Montrer que le couple (a; b) vérifie le système: $\begin{cases} ab = -6 \\ a^2 + 3b^2 = 21 \end{cases}$ **0,5pt**

b) En déduire que b est solution de l'équation (E). **0,5pt**

c) Déterminer b et a. **0,75pt**

3- Déterminer dans $\mathbb{R}$ les solutions de l'équation $6\sqrt{3}\,t^2 - (3 + 2\sqrt{3})t + 1 = 0$, on mettra les solutions sous la forme $c + d\sqrt{3}$ où c et d sont des nombres rationnels. **1pt**

Exercice 2 3,25 points

I- Par la méthode de Pivot de Gauss, Résolvez le système suivant :

$$(S): \begin{cases} 45x + 75y + 120z = 5460 \\ 7x + 10y + 16z = 770 \\ 35x + 45y + 60z = 3420 \end{cases}$$ **1,5pt**

II- Un comité de développement d'un village voudrait acheter les appareils suivants : une motopompe, une tronçonneuse et un groupe électrogène. Pour obtenir des fonds, il répartit ses membres en trois groupes A, B et C selon leurs revenus. Le tableau ci-dessous donne la contribution de chaque membre par appareil en fonction de son groupe :

Appareils	Contribution par membre		
	Groupe A	Groupe B	Groupe C
Motopompe	4 500	7 500	12 000
Tronçonneuse	7 000	10 000	16 000
Groupe électrogène	3 500	4 500	6 000

Sachant que la motopompe, la tronçonneuse et le groupe électrogène coûtent respectivement : 546 000 F, 770 000 F et 342 000 F :

1) Calculer le nombre de membres de chaque groupe. **1,5pt**

2) En déduire le nombre de membres de ce comité. **0,25 pt**

Exercice 2 : 5,5 points

I. En remarquant que $\frac{\pi}{12} = \frac{\pi}{4} - \frac{\pi}{6}$, Déterminer la valeur exacte de $\cos\frac{\pi}{12}$ **0,5pt**

II. Soit α un réel appartenant à l'intervalle $\left]-\frac{\pi}{2}; 0\right[$ tel que $\cos\alpha = \frac{\sqrt{2+\sqrt{2}}}{2}$

1) Calculer la valeur exacte de $\sin\alpha$ **0,5pt**

2) Prouver que $\cos 2\alpha = 2\cos^2\alpha - 1$, puis déterminer la valeur $\cos 2\alpha$. **1pt**

3) En déduire la valeur exacte de α. **0,5pt**

III. On considère l'équation (E) : $(2\sin^2 x - 3\sin x - 2)(\sqrt{3}\cos x + \sin x - 1) = 0$

http://sujetexa.com

1) Résoudre dans $[-\pi\ ,\ \pi]$ l'équation $2\sin^2 x - 3\sin x - 2 = 0$ **1pt**

2-a) Trouver deux réels r et α tels que $\sqrt{3}\cos x + \sin x = r\cos(x+\alpha)$ **0,5pt**

b) Résoudre dans $[-\pi\ ,\ \pi]$ l'équation $\sqrt{3}\cos x + \sin x - 1 = 0$ **1pt**

3) En déduire la résolution dans $[-\pi, \pi]$ de l'équation (E). **0,5pt**

Exercice 3 : 2 ,5 points

I- Après l'évaluation de fin de première séquence, la moyenne générale des notes en mathématiques a été très mauvaise. Etonné, le professeur de Mathématiques a posé deux questions aux 90 élèves de sa classe de PD.

1ère question : « Avez-vous le livre au programme ? »

2ème question : « Avez-vous un fascicule de mathématiques ? »

70 élèves ont répondu par non à la 1ère question, 65 élèves ont répondu par oui à la 2ème question et 15 élèves ont répondu par oui à la 1ère question et par non à la 2ème question

En illustrant par un tableau à double entrée ; déterminer le nombre d'élèves de cette classe qui n'ont ni le livre au programme ni le fascicule de mathématiques **1pt**

II- Djeugoué le meilleur élève de cette classe lors de cette évaluation a reçu de son parent un ordinateur portable. Pour y accéder il décide de créer un code à 4 chiffres.

Combien de choix possibles Djeugoué peut-il avoir :

1) Si les chiffres du code sont distincts ou non **0,5pt**
2) Si les chiffres du code sont distincts deux à deux **0,5pt**
3) Si le code commence par **09** **0,5pt**

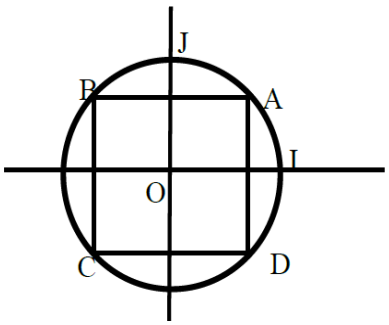
PARTIEB : EVALUATION DES COMPETENCES 5pts

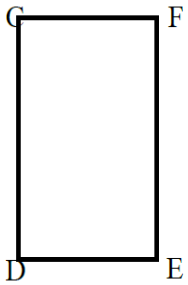
Situation :

Dans le club sport du collège Herphil, les membres pratiquent comme sport collectif le volley-ball et /ou le Handball. 120 pratiquent le volley-ball, 66 pratiquent le handball et 25 pratiquent les 2 sports. Le fondateur et le principal sont les 2 membres d'honneur de ce club et ne pratiquent aucun de ces 2 sports.

Pour promouvoir ce club au sein du collège, le fondateur décide de faire aménager dans le site du collège un stade de handball et un stade de volley-ball. Le stade de handball a la forme d'un carré ABCD dont les sommets sont les points images sur le cercle trigonométrique des solutions dans $[-\pi\ ;\ \pi]$ de l'équation $A(x) = 0$ où $A(x) = 2\cos^2 x - 1$. (**On prendra 1 unité pour 10 m**). Le stade de volley-ball est représenté par le rectangle CDEF de périmètre 240 m dont la mesure d'une diagonale est 100 m. (DF= 100 m).

Le fondateur aimerait recouvrir la surface des deux stades avec du gazon synthétique qui coûte 6 000 F le m².





Tâches:

1- Combien de membres compte le club sport du collège Herphil? **1,5 pt**

(Le fondateur et le principal sont comptés comme membres du club)

2- Déterminer le montant à prévoir par le fondateur pour l'achat des gazons permettant de recouvrir le stade de handball? **1,5 pt**

3- Déterminer le montant à prévoir par le fondateur pour l'achat des gazons permettant de recouvrir le stade de volley-ball? **1,5 pt**

Présentation : 0,5pt

http://sujetexa.com