MINESEC DRL/DDW COLLEGE PRIVE LAIC MEUKOUONTCHOU		EVALUATION TRIMESTRIELLE N°1			
		EPREUVE DE MATHEMATIQUES			
		Classe : Tle C	Coef : 7	Durée : 4H	A/S : 2022/2023

EVALUATION DES RESSOURCES : 15,5 points

EXERCICE 1 — 03 pts — « 45min »

A) On considère le nombre $a_n = \underbrace{111 \ldots 11}_{n\,fois}$.

1- Déterminer a_1 et a_2. 0,25pt x 2

2- Montrer par récurrence que pour tout entier naturel non nul n, $a_n = \frac{10^n - 1}{9}$. 0,75pt

3- On pose $S_n = \sum_{k=1}^{n} a_k$.

a) Montrer par récurrence que pour tout entier non nul, $S_n = \frac{10^{n+1} - 9n - 10}{81}$. 0,5pt

b) En déduire la valeur du nombre $B = 5 + 55 + 555 + \cdots + \underbrace{555 \ldots 55}_{20\,fois}$. 0,5pt

B) Ecrire 142 en base 5 puis déduire les entiers naturels a, b et c tels que l'on ait :
$\frac{142}{5^3} = a + \frac{b}{5} + \frac{c}{5^2} + \frac{d}{5^3}$. **0,75pt**

EXERCICE 2: — 04 pts — « 45min »

1) On pose la suite (U_n) définie par : $\begin{cases} U_0 = 0 \\ U_{n+1} = 2U_n + 1 \end{cases}$ pour tout entier naturel n.

a) Montrer que la suite (U_n) est une suite d'entiers naturels. 0,5pt

b) Montrer que U_{n+1} et U_n sont premiers entre eux. 0,5pt

c) Montrer que $U_n = 2^n - 1$. 0,5pt

2) Montrer que pour tout entiers naturels n et p non nuls tels que $n \geq p$ on a :
$U_n = U_p(U_{n-p} + 1) + U_{n-p}$. 0,75pt

3) a- Montrer que pour $n \geq p$ l'égalité $pgcd(U_n; U_p) = pgcd(U_p; U_{n-p})$. 0,5pt

b- Soit n et p deux entiers naturels non nuls ; montrer que l'on a :
$pgcd(U_n; U_p) = U_{pgcd(n;p)}$. 0,75pt

c- En déduire alors le nombre $pgcd(U_{2005}; U_{15})$. 0,5pt

EXERCICE 3 — 05 pts — « 60min »

On considère la fonction numérique d'une variable réelle $f(x) = \frac{2x-4}{\sqrt{4x - x^2}}$ et (C) sa courbe représentative et $I =]0; 4[$.

1) Déterminer l'ensemble de définition de f et dresser son tableau de variation. **1pt**

2) Montrer que f réalise une bijection de $]0; 4[$ vers un intervalle J à déterminer. **0,5pt**

3) Montrer que pour tout x appartenant à J, $f^{-1}(x) = 2 + \frac{2x}{\sqrt{x^2+4}}$. **0,5pt**

4) Montrer que l'équation $f(x) = x$ admet dans I une unique solution α telle que α>2. **0,75pt**

5) Déterminer une équation cartésienne de la tangente (T) à (C) au point d'ordonnée 0. **0,5pt**

6) Etudier la position relative de (C) par rapport à (T), puis tracer (T) et (C) dans le même repère. **1pt**

7) Soit g la fonction définie sur $\left]-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right[$ par $g(x) = \begin{cases} \frac{1}{2} & si\ x = \frac{\pi}{2} \\ \frac{2}{f^{-1}(2\tan x)} & si\ x \in \left]-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right[\end{cases}$

a) Montrer que pour tout réel $x \in \left]-\frac{\pi}{2};\frac{\pi}{2}\right[, on\ a: g(x) = \frac{1}{1+\sin x}$. **0,5pt**

b) Montrer que g réalise une bijection de $\left]-\frac{\pi}{2};\frac{\pi}{2}\right[$ vers un intervalle K à déterminer. **0,5pt**

<u>EXERCICE 4</u> **03,5 pts** **« 30min »**

Soit $B = (\vec{i};\vec{j};\vec{k})$ la base canonique de $\mathbb{R}^3$. Soit f l'endomorphisme de $\mathbb{R}^3$ $vers$ $\mathbb{R}^3$ $définie\ par$:
$f(\vec{u}) = x\vec{i} + (2y-4z)\vec{j} + (-y+2z)\vec{k}\ avec\ \vec{u}(x;y;z)$.

1) Déterminer la matrice M de f dans la base B. **0,5pt**
2) a- Déterminer le noyau Kerf et l'image Imf de f et préciser leurs bases. **1,5pt**

   b- Montrer que $Kerf \oplus Imf = \mathbb{R}^3$. **0,5pt**
3) On pose $\vec{e_1} = \vec{i}$; $\vec{e_2} = 2\vec{j} + \vec{k}$ et $\vec{e_3} = 2\vec{j} - \vec{k}$.

   a) Démontrer que la famille $B' = (\vec{e_1};\vec{e_2};\vec{e_3})$ est une base de $\mathbb{R}^3$. **0,5pt**

   b) Déterminer la matrice N de f dans la base B'. **0,5pt**

EVALUATION DES COMPETENCES : 04,5 points **« 1H »**

Pour embellir le mur de la barrière qui entoure sa concession, WENDY fait appel à un peintre qui lui propose d'utiliser une frise constituée de carrés, triangles, cercles, trapèzes et qui se succèdent régulièrement. Ces éléments sont successivement peints en noir, avec des rayures ou en blanc. Le début de la frise est représenté ci-dessous **(figure 1).**

La réalisation des travaux de la barrière nécessite $\mathbf{124\ m^3}$ de sable. Ce sable est livré par tricycle (à raison de 12000FCFA le tricycle) dont le bac contenant le sable a la forme d'un parallélépipède rectangle de dimensions(en mètre) 3 ; a et b ; où a et b vérifient le système définie par : $\begin{cases} \boldsymbol{PPCM(a;b) = a+4} \\ \boldsymbol{PGCD(a;b) = 2} \end{cases}$.

La femme de WENDY, responsable d'une entreprise examine les dépenses et les chiffres d'affaires bimensuels de son entreprise de l'année 2022. Après une étude statistique, son comptable a dressé un tableau statistique (figure 2) où les chiffres de dépenses α **et** β ont été effacés lors d'une manipulation. L'étude a montré que la moyenne des dépenses était de 110 et leur écart – type de $\mathbf{2\sqrt{685}}$. Les montants sont exprimés en millions de FCFA.

<u>Tâche 1</u> : Donner les caractéristiques (forme et couleur) du 929ème élément de la frise 1,5pt

<u>Tâche 2</u> : quel est le coût total du sable pour la réalisation des travaux ? 1,5pt

<u>Tâche 3</u> : Donner une estimation du chiffre d'affaire si la dépense bimensuelle était de 300 millions FCFA. 1,5pt

Figure 1 :

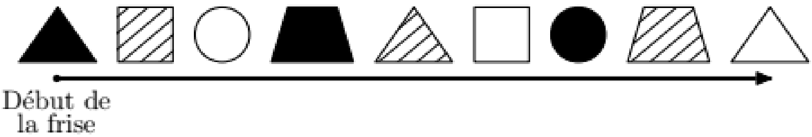

Figure 2 :

Dépenses (x_i)	40	50	α	80	90	120	β	150	180	200
Chiffres d'affaire (y_i)	165	172	182	180	190	194	183	188	193	192