Lycée de Bamenkombo
Departement de mathématiques
Année scolaire 2022-2023

Durée :3h00min

Classe : P_C
Examinateur : M. TAGNI
Coef :6

Épreuve de mathématiques | **Evaluation du deuxième trimestre**

La qualité de la rédaction, la clarté et la précision des raisonnements seront pris en compte lors de la correction de la copie du candidat.

Partie A : ÉVALUATION DES RESSOURCES(15, 25 points)

Exercice 1 : *(6points)*

I) 1. Soient a et b deux nombres réels. On considère la fonction g définie sur $\mathbb{R}$ par $g(x) = \dfrac{x^2+ax+b}{x+2}$. Déterminer a et b pour que la représentation graphique de g passe par le point $A(0; \dfrac{5}{2})$ et admet en ce point une tangente d'équation $y = \dfrac{3}{4}x + \dfrac{5}{2}$. $[0,75pt]$

II) Dans la suite on considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = \dfrac{x^2+4x+5}{x+2}$ et on note $(\mathcal{C}_f)$ sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O; I; J)$ d'unité graphique $1cm$.

1. Déterminer l'ensemble de définition D_f e f et calculer les limites aux de D_f. $[0,75pt]$
2. Déterminer les réels $c; d$ et e tels que $f(x) = cx + d + \dfrac{e}{x+2}$. $[0,5pt]$
3. En déduire les équations des asymtote à $(\mathcal{C}_f)$. $[0,5pt]$
4. Montrer que la fonction dérivée f' de f est définie sur D_f par, $\forall x \in D_f$, $f'(x) = \dfrac{x^2+4x+3}{(x+2)^2}$, puis dresser le tableau de variations de f sur D_f $[1pt]$
5. Déterminer les points de rencontre de $(\mathcal{C}_f)$ avec les differentes axes du repère. $[0,5pt]$
6. Tracer soigneusement dans le même repère $(T); (\mathcal{C}_f)$ et ses asymptote. $[1pt]$
7. Déteminer graphiquement le nombre et le signe des solutions de l'équation $f(x) = 5$. $[0,5pt]$

Exercice 2 : *(4,5 points)*

I) Le plan est orienté. On considère le triangle ABC de sens direct et rectangle isocèle en A tel que $AB = 4cm$. Le point I est le milieu du segment $[BC]$ et $D = bar\{(A,-1); (B,1); (C,1)\}$.

1. Montre que I est le milieu du segment $[AD]$, puis que ABDC est un carré de centre I. $[1pt]$
2. Déterminer et construire l'ensemble (E) des points M du plan tels que : $Mes(\widehat{AMB}) = 50°$. $[0,75pt]$
3. Soient t la translation de vecteur $2\overrightarrow{AB}$ et r la rotation de centre A et d'angle $\dfrac{\pi}{2}$.
   a) Déterminer la droite (Δ) telle que $t = S_{(BD)} \circ S_{(\Delta)}$ et $r = S_{(\Delta)} \circ S_{(ID)}$. $[1pt]$
   b) Déduis-en la nature et les éléments caractéristiques de la transformation $t \circ r$. $[0,5pt]$

II) On voudrait constituer un bureau constitué d'un chef et de son adjoint de la classe du lycée. Neuf élèves postulent à ce poste. On admet qu'il n'y a pas de cumul.

1. Combien de bureaux possibles peut-on constituer ? $[0,25pt]$
2. On suppose que n des 9 élèves sont des filles avec n un entier naturel plus petit que 6.
   a) Montre dans ce cas que le nombre de bureaux noté $P(n)$ ayant exactement une fille est : $P(n) = -2n^2 + 18n$. $[0,5pt]$
   b) Calculer n si $P(n) = 40$. $[0,5pt]$

Exercice 3 : *(4,75 points)*

Soit E un espace vectoriel de dimension 2 rapporté à une base $B = (\overrightarrow{i}\,;\overrightarrow{j})$, $\overrightarrow{O}_E$ le vacteur nul de E et soit m un réel. On note f un endomorphisme de E défini par : $f(\overrightarrow{i}) = m\overrightarrow{i} + (m+1)\overrightarrow{j}$ et $f(\overrightarrow{j}) = (m-1)\overrightarrow{i} + (m-2)\overrightarrow{j}$

I) 1. Soit $\overrightarrow{u}(x;y)$ un vecteur de E dans la base B. Déterminer $f(\overrightarrow{u})$ en fonction de m; $\overrightarrow{i}$; $\overrightarrow{j}$; x et y. $[0,5pt]$

2. a) Quelle est la matrice A de f dans la base B? $[0,25pt]$

   b) Pour quelles valeurs de m, f est-elle bijective ? $[0,5pt]$

3. a) Calculer A^2. $[0,5pt]$

   b) Pour quelle valeur de m, f est-elle une application involutive c'est-à-dire $f \circ f = Id_E$? Déterminer dans ce cas l'ensemble des vecteurs invariant par f. $[0,75pt]$

II) Pour $m = 3$, on définit f par : $f(\overrightarrow{i}) = 3\overrightarrow{i} + 4\overrightarrow{j}$ et $f(\overrightarrow{j}) = 2\overrightarrow{i} + \overrightarrow{j}$

1. Déterminer les sous espace vectoriels D_1 et D_2 de E définis par : $D_1 = \{\overrightarrow{u} \in E / f(\overrightarrow{u}) = -\overrightarrow{u}\}; D_2 = \{\overrightarrow{u} \in E / f(\overrightarrow{u}) = 5\overrightarrow{u}\}$. On donnera dans chaque cas une base. $[1pt]$

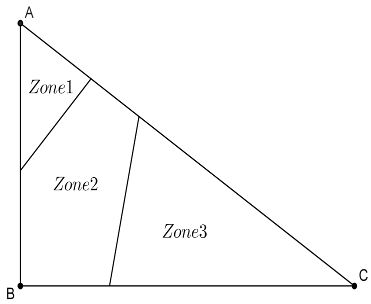
2. Soit $\overrightarrow{e_1}$ une base de D_1 et $\overrightarrow{e_2}$ une base de D_2.

   a) Montrer que $B' = (\overrightarrow{e_1};\overrightarrow{e_2})$ est une base de E. $[0,25pt]$

   b) Déterminer la matrice de f dans la base B'. $[1pt]$

Partie B : ÉVALUATION DES COMPETENCES(4,5 points)

Jacques possède une grande reserve ayant la forme d'un triangle rectangle donc le grand côté (hypothénuse) mesure $AC = 72,5m$ et a pour aire $\mathcal{A} = 429m^2$ subdivisée en trois zones comme l'indique la figure ci-contre. dans la zonne 1 il élève des rhinocéros, dans la zone 2 il élève des taureaux et dans la zone 3 des poulets. Il aimerait entourer cette reserve par du fils barbelé et pour ce fait il appel son fils Jean un géomètre. Un mètre de fils barbélé coûte $1250F$ en boutique.



Son fils Jean fait un décompte et constate que dans la reserve, on compte en tout 300 pattes, 100 têtes et 80 cornes d'animaux.
Pour l'entretient de sa reserve il décide d'achèter les insecticides coûtant 250 000F. Mais après plusieurs négociations avec le vendeur, ce dernier lui accorde une premiere remise d'un taux de $x\%$ suivie immédiatement d'une seconde remise d'un taux de $(x-5)\%$ ce qui fait qu'il achète les insecticides à 213750 F.

NB : On admettra que le rhinocéros a une seule corne et le taureau 2 cornes. Le rhinocéros et le taureau ont chacun 4 pattes.

Tâches

1. Déterminer le prix du fils nécessaire pour faire le tour de la reserve. $[1,5pts]$
2. Déterminer le nombre d'animaux par espèces dans la reserve. $[1,5pts]$
3. Déterminer la valeur de l'insecticide après la première remise. $[1,5pts]$

Présentation : 0,25pt

Bonne chance !