



PARTIE A : EVALUATION DES RESSOURCES (15points)

EXERCICE 1 : (05,25 points)

I- Soit $x \in \mathbb{R} - \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi; \frac{\pi}{4} + \frac{k\pi}{2}, k \in \mathbb{Z} \right\}$. On rappelle que $\tan\left(\frac{\pi}{6}\right) = \frac{\sqrt{3}}{3}$ et $2 \times \frac{\pi}{12} = \frac{\pi}{6}$.

- 1) Démontrer que $\tan(2x) = \frac{2 \tan x}{1 - \tan^2 x}$ 0,5 pt
- 2) Montrer que $\tan \frac{\pi}{12}$ est solution de l'équation $x^2 \sqrt{3} + 6x - \sqrt{3} = 0$. 0,25 pt
- 3) En déduire la valeur exacte de $\tan \frac{\pi}{12}$. 0,5 pt
- 4) Résoudre dans $[-\pi; \pi]$ l'inéquation $\tan x \leq 2 - \sqrt{3}$ 0,75 pt

II- ABCD est un rectangle tel que $AB = 6cm$ et $BC = 4cm$. On considère les points I, J et K tels que $I = \text{bar}\{(A, -1), (B, 4)\}$; $J = \text{bar}\{(C, 2), (D, 1)\}$ et $K = \text{bar}\{(A, -1), (C, 2), (D, 1)\}$. G est le point tel que $4\overrightarrow{BG} + 2\overrightarrow{CG} + \overrightarrow{DG} = \overrightarrow{AG}$. Soit g l'application du plan dans \mathbb{R} qui à tout point M du plan associe le réel $g(M) = -AM^2 + 4\overrightarrow{AM} \cdot \overrightarrow{BM} + 2\overrightarrow{AM} \cdot \overrightarrow{CM} + \overrightarrow{AM} \cdot \overrightarrow{DM}$.

- 1) Montrer que G est le barycentre du système $\{(A, -1), (B, 4), (C, 2), (D, 1)\}$. 0,25pt
- 2) Montrer que G est le milieu du segment $[IJ]$. 0,25pt
- 3) Montrer que le point B appartient à la droite (GK) et construire le point G . 0,75pt
- 4) Déterminer l'ensemble des points M du plan tels que $\|-\overrightarrow{MA} + 4\overrightarrow{MB}\| = \|2\overrightarrow{MC} + \overrightarrow{MD}\|$. 0,5pt
- 5) a-Déterminer $g(A)$ et $g(G)$. 0,5pt
 b-Montrer que $g(M) = 6\overrightarrow{AM} \cdot \overrightarrow{GM}$. 0,5pt
 c-En déduire l'ensemble des points M du plan tels que $g(M) = 0$ 0,5pt

EXERCICE 2 : (03 points)

Une urne contient 6 jetons portant les numéros : $-1; 2; 4; -1; -2$; et 4 . On tire deux jetons successivement avec remise de cette urne. Ensuite on désigne par α le numéro porté par le premier jeton et par β celui porté par le deuxième jeton. On considère la fonction φ définie sur \mathbb{R} par : $\varphi(x) = -\beta x^2 - 2\alpha x + \frac{2}{3}$ et on désigne par f l'endomorphisme d'un espace vectoriel E muni d'une base

$B = (\vec{i}, \vec{j})$ et dont la matrice dans cette base est $M = \begin{pmatrix} -\beta & 1 \\ \alpha & -1 \end{pmatrix}$.

- 1) Déterminer le nombre de couple (α, β) pour lesquels :
 - a) f n'est pas un automorphisme de E . 0,5pt
 - b) La courbe de la fonction φ admet au point d'abscisse -1 une tangente parallèle à l'axe des abscisses. 0,5pt
- 2) On suppose que $\alpha = 1$ et $\beta = 1$. On donne $\vec{a}_1 = \vec{i} + \vec{j}$ et $\vec{a}_2 = -\vec{i} + \vec{j}$.
 - a) Déterminer $\text{Ker} f$ et $\text{Im} f$. 1pt
 - b) Montrer que (\vec{a}_1, \vec{a}_2) est une base de E . 0,25pt
 - c) Déterminer la matrice de f dans la base (\vec{a}_1, \vec{a}_2) . 0,75pt

EXERCICE 3 : (03,25 points)

I- Une suite géométrique (U_n) définie sur \mathbb{N} est telle que : $8U_0 = 27U_3$ et $U_2 = \frac{20}{9}$.

- 1) Déterminer la raison q de la suite (U_n) . 0,5pt
- 2) Déterminer U_0 puis exprimer U_n en fonction de n . 0,5pt
- 3) Exprimer la somme $S_n = U_0 + U_1 + \dots + U_n$ en fonction de n . 0,5pt

II- L'espace est rapporté au repère orthonormé $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$. On considère le plan (P) d'équation

Cartésienne $5x - y + 8z + 15 = 0$ et l'ensemble (S) des points M de coordonnées $(x; y; z)$ qui vérifient l'équation $x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 2y - 4z - 12 = 0$.

- 1) Déterminer la nature et les éléments caractéristiques de (S) . 0,75pt

EXERCICE 4 : (03,5 points)

Le plan est muni d'un repère orthonormé $(0; I; J)$. f est la fonction de courbe représentative (C_f) dont le tableau de variation est donné ci-dessous :

x	$-\infty$	-1	1	3	$+\infty$
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$	$-\infty$	-2	$+\infty$	6	$+\infty$

- 1) Préciser l'ensemble de définition de f . 0,25pt
- 2) On suppose dans cette question que $f(x) = ax + b + \frac{c}{x-1}$ où a, b et c sont des nombres réels. Déterminer à l'aide du tableau de variation les valeurs des nombres réels a, b et c . 0,75pt
- 3) On suppose dans toute la suite de cet exercice que $f(x) = \frac{x^2+3}{x-1}$
 - a) Montrer que la droite (D) d'équation $y = x + 1$ est asymptote oblique à (C_f) . 0,5pt
 - b) Préciser la position de la courbe de f par rapport à son asymptote oblique. 0,5pt
 - c) Montrer que le point $A(1; 2)$ est un centre de symétrie de la courbe (C_f) . 0,5pt
- 4) Tracer la courbe (C_f) et ses asymptotes dans le repère orthonormé $(0; I; J)$. 1pt

PARTIE B : EVALUATION DES COMPÉTENCES (05points)**Situation :**

En 2012, Jean un cadre dans une entreprise faisant essentiellement dans l'agriculture qui ne supportait plus l'écart entre la pression qu'il subit au boulot de la part de ses chefs et son maigre salaire a décidé de se lancer à son propre compte. Pour se faire, il travaille en ses temps libres sur un projet de création d'une usine de fabrication de l'huile de palme. L'usine a démarrée ses activités en 2014. Son chiffre d'affaire en l'an 2014 + n où n est un entier naturel est donné en millions de francs CFA par $|S'_n|$ avec $S'_n = U_0 + U_1 + U_2 + \dots + U_n$ où (U_n) est la suite numérique définie par

$$\begin{cases} U_0 = \frac{5}{4} \\ U_{n+1} = v_n + t_n, \forall n \in \mathbb{N}^* \end{cases} \text{ avec } (v_n) \text{ qui est une suite géométrique de raison } \frac{1}{3} \text{ et de premier terme } 1 \text{ et } (t_n) \text{ une suite arithmétique définie par } t_n = -\frac{3}{2}n + \frac{1}{4}.$$

Pour faciliter la liaison et la circulation des informations entre les différents cadres de son usine que sont : Alice, Bob, Chloé, David, Emma et Jean lui-même, celui-ci souhaite réaliser un réseau social pouvant les connectées. Pour cela, il demande à son gestionnaire David de lui proposer un graphe représentant la situation et de lui donner le nom de celui qui communique directement avec la majorité des cadres sachant que : Alice communique directement avec Bob et Emma ; Bob communique directement avec Alice, Chloé et Jean ; Chloé communique directement avec Jean, Bob et David ; David communique directement avec Chloé, Jean et Emma ; Emma communique directement avec Alice, David et Jean ; Jean communique directement avec Chloé, David et Emma.

La direction des ressources humaines de l'usine a relevé le nombre de demandeurs d'emploi suivant leurs âges et les résultats obtenue ont été regroupés dans le tableau ci-dessous.

âge	[20; 26[[26; 32[[32; 38[[38; 44[[44; 50[Total
Effectif	15	26	20	10	4	75

Dans les critères d'embauches, Jean précise au directeur des ressources humaines qu'il souhaite attribuer le poste de technicien de maintenance a une personne dont l'âge correspond à la partie entière de l'âge médian des demandeurs d'emploi.

Tâches :

- 1) Quel sera le chiffre d'affaire de l'usine de Jean en 2024 ? 1,5pt
- 2) Aider le gestionnaire David à répondre clairement à la préoccupation de Jean ? 1,5pt
- 3) Quel est l'âge du potentiel recruté au poste de technicien de maintenance ? 1,5pt

Présentation :0,5pt