

Epreuve de Mathématiques
 Examineur : M. TEBAYA AMBROISE

EVALUATION DES RESSOURCES/

(15,5 points)

Exercice 1 / **(03 points)**

L'unité de longueur est le centimètre. Soit A, B et C trois points non alignés tels que $AB = a$; $AC = b$ et $BC = c$.

Soit I milieu de $[AB]$ et G le point tel que $G = \text{bar}\{(A, 2); (B, 2); (C, -1)\}$.

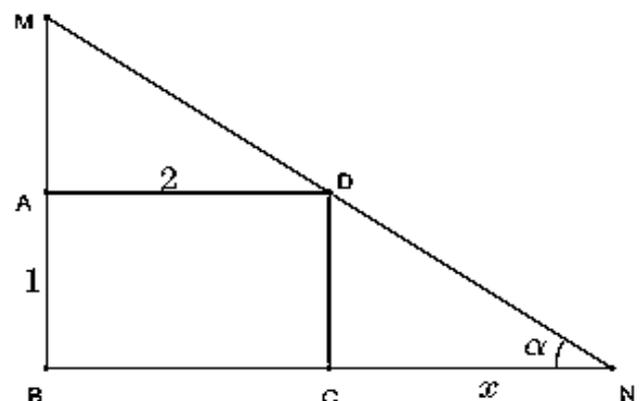
1. Démontrer que les points G, I et C sont alignés. 0,5pt
2. Les nombres a, b et c vérifient le système :
$$\begin{cases} a + 2b + c = 14 \\ 3a + b - c = 10 \\ 2a - b + 3c = 11 \end{cases}$$
 - a. Calculer a, b et c. 0,75pt
 - b. En déduire la nature du triangle ABC. 0,25pt
3. Sachant que $AB = 3$, déterminer l'ensemble des points M du plan tels que :
 - a. $MA^2 + MB^2 = a^2$ 0,75pt
 - b. $\vec{MA} \cdot \vec{MB} = a$ 0,75pt

Exercice 2 / **(05 points)**

- I. On se propose de résoudre l'équation (E): $2x^4 - 9x^3 + 14x^2 - 9x + 2 = 0$
 1. Vérifier que 0 n'est pas une solution de (E) 0,25pt
 2. On désigne par (E_1) l'équation $2\left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right) - 9\left(x + \frac{1}{x}\right) + 14 = 0$
 - a. Montrer que (E_1) et (E) sont équivalentes 0,5pt
 - b. On pose $X = x + \frac{1}{x}$.
 Montrer que (E_1) est équivalente à $(E_2): 2X^2 - 9X + 10 = 0$ 0,75pt
 3. Résoudre dans \mathbb{R} l'équation (E_2) et en déduire les solutions de (E) dans \mathbb{R} . 1pt

II. Observez la figure ci-contre. ABCD est un rectangle tel que $AB = 1$ et $BC = 2$. On désigne par $\mathcal{B}(x)$ l'aire du triangle BMN. On se propose de déterminer la valeur de x pour laquelle l'aire du triangle BMN est minimale. On pose $CN = x$

1. Montrer que $AM = \frac{2}{x}$ 0,75pt
2. Justifier que l'aire du trapèze BNDA est $\mathcal{A}(x) = \frac{x}{2} + 2$ 0,75pt
3. Justifier que l'aire du triangle BMN est $\mathcal{B}(x) = \frac{x^2 + 4x + 4}{2x}$. 1pt



Exercice 3 / **(04,5 points)**

Soit f la fonction définie sur un intervalle cherché et dont une représentation graphique (C) dans un repère orthonormé est donnée ci-contre:

1- Déterminer le domaine de définition D_f puis par lecture graphique $f(2)$ et $f(0)$. **0.75pt**

2- Résoudre graphiquement l'inéquation $f(x) > 0$, puis l'équation $f(x) = 3$. **1pt**

3- Reproduire la courbe (C) et représenter la courbe (C_g) de la fonction g définie par $g(x) = |f(x)|$. **0,5pt**

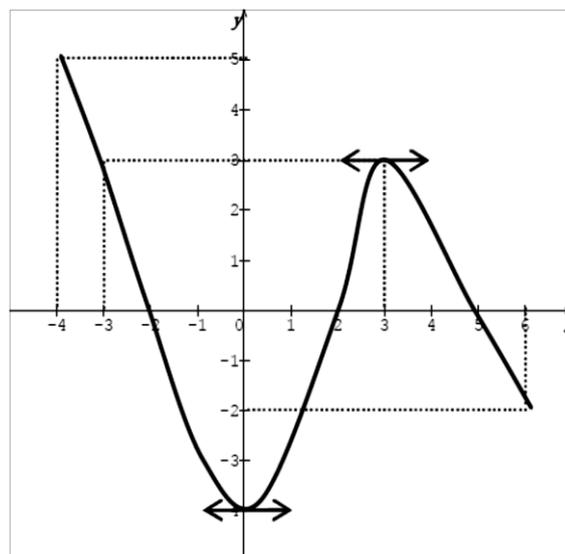
4- La fonction f de la variable réelle x est définie par $f(x) = \frac{-2x-5}{x+3}$

a- (C_f) désigne la courbe de f dans un repère orthonormé du plan. Déterminer le D_f et démontrer que le point A(-3 ; -2) est centre de symétrie pour (C_f). **0.75 pt**

b- Définir la fonction $f^{-1}(x)$. **0.5 pt**

c- g est la fonction définie par : $g(x) = 3x - 2$.

Définir $D_{f \circ g}$ puis la fonction explicite $f \circ g$ **1pt**



Exercice 4 / (03 points)

A, B et C sont trois points non alignés du plan et E le milieu du segment [AC]. Soit t un réel de l'intervalle $]-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}[$.

1. (a) Vérifier que : $\cos^2 t + \sin^2 t + \cos 2t = 2\cos^2 t$. **0,5pt**

(b) Pour quelles valeurs de t , le système $\{(A, \cos^2 t) ; (B, \sin^2 t) ; (C, \cos 2t)\}$ possède un barycentre ? Lorsqu'il existe, ce barycentre est noté G_t . **0,5pt**

2. On suppose que ABC est un triangle rectangle en C tel que $CA=4$ et $CB=2$.

On note G le barycentre obtenu pour $t = \frac{\pi}{3}$.

(a) Construire le point G. **0,5pt**

(b) Démontrer que $GA^2 = GC^2$. **0,5pt**

(c) Déterminer et construire l'ensemble Γ des points M du plan tels que :

$$MA^2 + 3MB^2 - 2MC^2 = 10. \quad \mathbf{1pt}$$

EVALUATION DES COMPETENCES / (04,5 points)

Situation de vie :

Madame Ambroise a placé dans une banque pendant deux ans la somme de 70000 FCFA à un taux annuel de $x\%$, à intérêts composés (c'est-à-dire à la fin de chaque année, les intérêts produits s'ajoutent au capital pour former le nouveau capital). Au bout de deux années, elle retire 78 652 FCFA.

Après retrait de cet argent, elle voudrait partager équitablement la somme de 39 200 FCFA entre un certain nombre d'enfants l'ayant aidé pour effectuer certains travaux. Quelques instants après, deux enfants s'ajoutent et la part de chacun diminue donc de 2240 FCFA.

Son mari monsieur Ambroise est tailleur. Il a acheté une certaine quantité de tissu au même prix le mètre pour un montant total de 336 000 FCFA. Il enlève 16 mètres de tissus pour lui-même et revend le reste à 700 FCFA de plus par mètre du prix d'achat. À la fin des ventes il recouvre entièrement son capital.

Tâches

1. Déterminer le nombre de tissus achetés par monsieur Ambroise. **1,5pt**

2. Déterminer le taux annuel x du placement de madame Ambroise. **1,5pt**

3. Déterminer le nombre initial d'enfants à qui madame Ambroise devrait partager l'argent. **1,5pt**