

Classe :	PREMIERE C	Durée :	03 heures	Année scolaire :	2022/2023
Épreuve :	MATHÉMATIQUES	Coef. :	6	Par	DJOUTSOP Emile

EVALUATION DES RESSOURCES (15,5 points)

EXERCICE 01: (05,5 points)

Le plan est muni d'un repère orthonormé $(O; I, J)$. On considère les fonctions f, g et k définies sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = \frac{2x}{x+1}$, $g(x) = x^2 - 5$ et $k(x) = f \circ g(x)$.

1- a) Montrer que la fonction f est bijective de $\mathbb{R} - \{-1\}$ vers $\mathbb{R} - \{2\}$. 0,75 pt

b) Définir la bijection réciproque f^{-1} de f . 0,25 pt

2- a) Déterminer l'ensemble de définition D_K de la fonction K . 0,5 pt

b) pour tout $x \in D_K$, démontrer que $k(x) = \frac{2x^2 - 10}{x^2 - 4}$ et étudier sa parité. 0,75 pt

3- Déterminer les réels α et β tels que $\forall x \neq -1$ $f(x) = \alpha + \frac{\beta}{x+1}$. 0,25 pt

4- Montrer que le point $\Omega(-1; 2)$ est centre de symétrie de la courbe de f . 0,5 pt

5- Soit (H) l'hyperbole définie par $h(x) = -\frac{2}{x}$. Montrer que $f(x) = h(x+1) + 2$ et déduire que la courbe (C_f) se déduit de l'hyperbole (H) par une transformation simple à déterminer. 1 pt

6- Représenter l'hyperbole (H) sur $[-4; 4]$ et déduire la construction dans le même repère la courbe (C_f) . 1,5 pt

EXERCICE 02: (04 points)

ABCD est un carré de centre O, de sens direct et de côté 4 cm. On désigne par K le milieu du segment [AB].

I. On désigne par r la rotation de centre O et d'angle $\frac{\pi}{2}$, t la translation de vecteur $\overrightarrow{AB}$.

1- a) Déterminer la droite (D) telle que $t = S_{(OK)} \circ S_{(D)}$. 0,5 pt

b) Déterminer la droite (D') telle que $r = S_{(D')} \circ S_{(OK)}$. 0,5 pt

2- En déduire la nature et les éléments caractéristiques de la transformation $f = r \circ t$.

II. On pose $r_1 = r\left(B; \frac{\pi}{2}\right)$ et $r_2 = r\left(O; -\frac{\pi}{2}\right)$.

1- Déterminer l'image de C par la transformation $r_2 \circ r_1$. 0,5 pt

2- En déduire la nature et les éléments caractéristiques de $r_2 \circ r_1$. 0,5 pt

III. Soit G le barycentre des points pondérés (A ; 2) ; (B ; 5) et (C ; -3) et soit h la transformation du plan qui à tout point M associe le point M' tel que :

$$\overrightarrow{MM'} = 2\overrightarrow{MA} + 5\overrightarrow{MB} - 3\overrightarrow{MC}.$$

1- Montrer que le point G est invariant par h. 0,5 pt

2- Montrer que h est une homothétie dont-on précisera les éléments caractéristiques. 1 pt

EXERCICE 03 : (06 points)

1- On considère dans $\mathbb{R}^2$ les vecteurs $\vec{e}_1 = 4\vec{i} + 3\vec{j}$ et $\vec{e}_2 = 3\vec{i} - 4\vec{j}$

a) Montrer que $(\vec{e}_1, \vec{e}_2)$ est une base de $\mathbb{R}^2$. 0,5pt

b) Soit $\vec{u}(2; -1)$ dans la base $(\vec{e}_1, \vec{e}_2)$, déterminer les coordonnées de $\vec{u}$ dans la base canonique de $\mathbb{R}^2$ (la base $(\vec{i}, \vec{j})$). 0,5pt

Soit $\vec{v} = \vec{i} - 2\vec{j}$, déterminer les coordonnées de $\vec{v}$ dans la base $(\vec{e}_1, \vec{e}_2)$. 0,5pt

2- Soit $F = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 / x - 3y + 5z = 0\}$

a) Démontrer que F est un sous espace vectoriel de $\mathbb{R}^3$ 1pt

b) Donner une base de F puis sa dimension. 0,5pt

c) Soit $G = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 / 5x + y + z = 0\}$ un sous espace vectoriel de $\mathbb{R}^3$, déterminer une base et la dimension du sous espace vectoriel $F \cap G$. 0,75pt

3- Soit une application $g: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ définie par $g(x, y) = (2x + 2y; -x + 2y)$.

a) Montrer que g est une application linéaire. 1 pt

b) Déterminer $\ker g$ et en déduire que g est bijective. 0,75 pt

PARTIE B : EVALUATION DES COMPETENCES: (04,5 points)**SITUATION :**

Monsieur NANA est enseignant de mathématiques dans un établissement et doit aider ses élèves de premières à remplir les fiches d'inscription aux examens de l'OBC. Ces derniers ont le choix entre deux épreuves facultatives : le dessin et la musique. 40 élèves choisissent dessin, 35 choisissent musique et 10 élèves les deux. Le nombre d'élèves de la classe étant solution de l'équation $A_n^2 = 3540$ où n est un entier naturel.

Monsieur NANA dispose de deux terrains T_1 et T_2 . Le terrain T_1 a la forme d'un carré dont les sommets sont dans un plan muni d'un repère orthonormé d'unité 10m, les solutions dans $]-\pi; \pi]$ de l'équation $2\cos^2 x - 1 = 0$. Il souhaite défricher son terrain et mètre carré de défrichage est estimé à 25f.

Le terrain T_2 est un enclos de forme circulaire constitué de l'ensemble des points M du plan tels que $\overrightarrow{MA} \cdot \overrightarrow{MB} = -400$ où A et B sont deux points fixes de l'enclos distants de 50 mètres. Il souhaite entourer cet enclos à l'aide de trois rangées de fil barbelé dont le mètre coûte 150F.

Tâches :

1- Combien d'élèves de cette classe n'ont choisi aucune des deux épreuves facultatives ? 1,5 pt

2- Donner une estimation du coût de défrichage entier du terrain T_1 . 1,5 pt

3- Donner une estimation de la dépense pour l'achat du fil barbelé pour clôturer le terrain T_2 . 1,5 pt