| LYCEE DE PITOA | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| EVALUATION N°4 -MARS 2022 | | | | | |
| *Classe :* | PREMIERE | *Série :* | C | *Année scolaire* | 2021/2022 |
| *Epreuve :* | **MATHEMATIQUES** | *Coef :* | 06 | *Durée :* | 03H00 |

## PARTIE A : EVALUATION DES RESSOURCES : (15 POINTS)

### EXERCICE 1 : (05 POINTS)

ABCD est un carré de centre O, de sens direct et de coté 4 cm. On désigne par E le symétrique de A par rapport à C et par K le milieu du segment $[AB]$.

I) On désigne par $r$ la rotation de centre O et d'angle $\frac{\pi}{2}$, $t$ la translation de vecteur $\overrightarrow{AB}$.

1) a) Détermine la droite $(D)$ telle que $t = S_{(OK)} \circ S_{(D)}$. 0,5pt

b) Détermine la droite $(D')$ telle que $r = S_{(D')} \circ S_{(OK)}$. 0,5pt

2) Détermine la nature et les éléments caractéristiques de la transformation $f = r \circ t$. 0,5pt

II) On pose $r_1 = r\left(B\ ;\ \frac{\pi}{2}\right)$; $r_2 = r(A\ ;\ \frac{\pi}{2})$ et $r_3 = r(O\ ;\ -\frac{\pi}{2})$.

1) Détermine l'image du point C par la transformation $r_3 \circ r_1$. 0,5pt

2) Déduis-en la nature et les éléments caractéristiques $r_3 \circ r_1$. 0,5pt

III)Soit G le barycentre des points pondérés $(A\ ;2)\ ;(B\ ;5)\ et\ (C\ ;\ -3)$. Soit $h$ la transformation du plan qui à tout point M, associe le point M', tel que : $\overrightarrow{MM'} = 2\overrightarrow{MA} + 5\overrightarrow{MB} - 3\overrightarrow{MC}$.

1) Montre que le point G est invariant par $h$. 0,5pt

2) Montre que $h$ est une homothétie dont tu préciseras ses éléments caractéristiques. 0,5pt

3) Détermine l'expression analytique de $h$ dans le repère $(B\ ;\ \overrightarrow{BC}\ ;\ \overrightarrow{BA}\ )$. 0,5pt

4) Soit $(\mathcal{E})$ l'ensemble des points M du plan tels que $MA^2 + MB^2 = AB^2$. Détermine la nature et les éléments caractéristique de l'ensemble $(\mathcal{E}')$ image de $(\mathcal{E})$ par $h$. 1pt

### EXERCICE 2 : (02,25 POINTS)

I) Soit la fonction $f$ définie par $\begin{cases} f(x) = \frac{-3x+a}{x-3} & si\ \ x \geq 2 \\ f(x) = x - 1 + \frac{6}{x} & si\ \ x < 2 \end{cases}$ $(a \in \mathbb{R})$

1) Détermine l'ensemble de définition de $f$. 0,5pt

2) Détermine la valeur de $a$ pour laquelle $f$ est continue en 2. 0,5pt

3) 0n suppose que $a = 2$. Etudie la dérivabilité de $f$ en 2. 0,5pt

II) Soit la fonction $g$ définie sur $\mathbb{R}$ par $g(x) = x^3 + x - 1$.

1) Justifie que $g$ est continue sur $[0\ ;1]$. 0,25pt

2) Montre que l'équation $g(x) = 0$ admet une solution dans l'intervalle $[0\ ;1]$. 0,5pt

### EXERCICE 3 : (03,25 POINTS)

Pour tout réel $x$, on donne l'équation $(E)$: $cos^4x + sin^4x = \frac{1}{8}cos2x + \frac{\sqrt{3}}{8}sin2x + \frac{3}{4}$.

1) En utilisant le développement de $(cos^2x + sin^2x)^2$, montre que $cos^4x + sin^4x = \frac{3}{4} + \frac{1}{4}cos4x$. 0,75pt



http://sujetexa.com

2) Déduis-en que l'équation $(E)$ est équivalente à l'équation $(E')$: $cos4x = \cos(2x - \frac{\pi}{3})$. 0,75pt

3) Résous dans $\left[-\frac{\pi}{2}\ ;\ \frac{\pi}{2}\right]$ l'équation $(E)$. 0,75pt

4) Soit $m \in \mathbb{R}$. Dans le plan muni d'un repère orthonormé $(O; I\ ; J)$, on considère la droite $(D_m)$ d'équation $(D_m)$: $mx - \left(\sqrt{2m^2+1}\right)y + 2\sqrt{3m^2+1} = 0$.

a) Calcule la distance du point $O(0\ ;0)$ à la droite $(D_m)$. 0,5pt

b) Déduis-en que pour tout $m \in \mathbb{R}$, la droite $(D_m)$ est tangente à un cercle de centre O dont tu préciseras le rayon et une équation cartésienne. 0,5pt

**EXERCICE 4 : (04,5 POINTS)**

Soit la fonction $h$ définie sur $D_h = \mathbb{R} - \{1\}$ par $h(x) = \frac{x^2}{1-x}$ et on désigne par $(C_h)$ sa courbe représentative.

1) Calcule les limites de $h$ aux bornes de son ensemble de définition. 1pt

2) a) Calcule la fonction dérivée $h'(x)$ pour tout $x \in D_h$. 0,5pt

b) Etudie le sens de variations de $h$ et dresse son tableau de variations. 1pt

3) a) Détermine les réels $a\ ; b$ et $c$ tels que pout tout $x \neq 1$, $h(x) = ax + b + \frac{c}{1-x}$. 0,75pt

b) Montre que la droite d'équation $(D)$: $y = -x - 1$ est asymptote à la courbe de $h$. 0,5pt

4) Construis dans le même repère la courbe $(C_h)$ et la droite $(D)$. 0,75pt

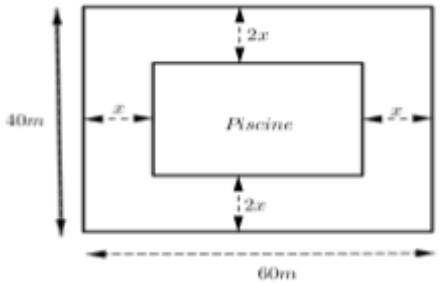
**PARTIE B : EVALUATION DES COMPETENCES : (05 POINTS)**

BOUBA est un grand homme d'affaires. Son habitation dispose d'une grande cour rectangulaire de 60 mètres de long et de 40 mètres de large. Dans cette cour se trouve une piscine comme l'indique la figure ci-dessous. Il dispose d'un certain nombre de draps pour un prix global de 128.000 FCFA. Un client dispose de 125.000 FCFA et avec cette somme, il prend 7 draps de moins à 1.000 FCFA de plus que le prix unitaire. BOUBA aimerait mettre des pavés sur cette cour et, un spécialiste lui propose des pavés sous forme rectangulaire dont les sommets sont les images des solutions dans $[-\pi\ ;\ \pi[$ de l'équation $|sinx| = \frac{\sqrt{3}}{2}$ sur le cercle trigonométrique d'unité 3 cm.

1) Détermine le nombre de draps et le prix unitaire d'un drap. 1,5pt

2) Détermine le nombre de pavés que BOUBA pourra acheter avec 20.000 FCFA sachant que le $cm^2$ du pavé coute 1.000 FCFA. 1,5pt

3) Détermine une valeur approchée de $x$ au dixième près pour laquelle l'aire de la piscine est égale au quart de l'aire de la cour. 1,5pt




Présentation :0,5pt

Examinateur : ADOUM MAHAMAT SIAKA



http://sujetexa.com