

EPREUVE DE MATHÉMATIQUES

PARTIE A : EVALUATION DES RESSOURCES : 15,5pts

Exercice 1[4pts]

- 1) On considère le polynôme P défini par $p(x) = x^4 + 10x^3 + 26x^2 + 10x + 1$
- a) Montrer par l'absurde que P n'admet pas de racine nulle. 0,25pt
- b) Montrer que l'équation $(E) : p(x) = 0$ est équivalente à
 $(x + \frac{1}{x})^2 + 10(x + \frac{1}{x}) + 24 = 0$. 0,75pt
- c) Résoudre dans \mathbb{R} l'équation $X^2 + 10X + 24 = 0$. 0,5pt
- d) En déduire dans \mathbb{R} la résolution de l'équation $(E) : p(x) = 0$. 1pt
- 2) Un nombre de trois chiffres s'écrit xyz où x est le chiffre des centaines, y le chiffre des dizaines et z le chiffre des unités. xyz est tel que, la somme de ses chiffres est 22, le nombre yzx lui est supérieur de 117 et le nombre zxy lui est supérieur de 288. Déterminer le nombre xyz . 1,5pt

Exercice 2[4,25pts]

- 1) Résoudre dans $[0; \frac{\pi}{2}] \times \mathbb{R}_+ \times [0; \frac{\pi}{2}]$ le système $\begin{cases} 2\cos^2 x + y^2 + \sin(2z) = 4 \\ 4\cos^2 x + 3y^2 - 5\sin(2z) = 3 \\ 6\cos^2 x - 2y^2 - \sin(2z) = -2 \end{cases}$ 1,5pt
- 2) Soit θ un nombre réel.
- a) Montrer que $\cos(2\theta) = 2\cos^2\theta - 1$ et que $1 + \tan^2\theta = \frac{1}{\cos^2\theta}$ ($\theta \neq \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$). 0,5pt
- b) En déduire la valeur exacte de chacun des nombres : $\cos \frac{\pi}{12}$, $\sin \frac{\pi}{12}$ et $\tan \frac{\pi}{12}$. 0,75pt
- 3) Soient x et y deux nombres réels.
- a) Montrer que $\cos(x+y) + \cos(x-y) = 2\cos(x)\cos(y)$ et que
 $\sin(x+y) + \sin(x-y) = 2\sin(x)\cos(y)$ 1pt
- b) En déduire que $16\cos(\frac{\pi}{24})\cos(\frac{5\pi}{24})\cos(\frac{7\pi}{24})\cos(\frac{11\pi}{24}) = 1$ et que
 $\cos(\frac{3\pi}{8})\sin(\frac{\pi}{8}) + \cos(\frac{25\pi}{8})\sin(\frac{11\pi}{8}) = 1$ 0,5pt

Exercice 3[4,25pts]

On considère l'équation $(E) : -4\cos^2 x + 2(\sqrt{2} - \sqrt{3})\sin x + 4 - \sqrt{6} = 0$

- 1) Vérifier que $\sqrt{5 + 2\sqrt{6}} = \sqrt{2} + \sqrt{3}$. 0,25pt
- 2) Résoudre dans \mathbb{R} l'équation $4t^2 + 2(\sqrt{2} - \sqrt{3})t - \sqrt{6} = 0$. 0,5pt
- 3) a) Montrer que l'équation (E) est équivalente à
 $4\sin^2 x + 2(\sqrt{2} - \sqrt{3})\sin x - \sqrt{6} = 0$ 0,25pt
- b) En déduire dans $[0, 2\pi]$ les solutions de (E) . 1pt
- 4) a) Placer sur le cercle trigonométrique les images des solutions de (E) . 1pt
- b) Donner la nature du polygone obtenu et calculer l'aire de sa surface. 0,75pt
- 5) En déduire de 4)a), l'ensemble solution dans $[0, 2\pi]$ de l'inéquation:
 $4\sin^2 x + 2(\sqrt{2} - \sqrt{3})\sin x - \sqrt{6} \geq 0$ 0,5pt

Exercice 4[3pts]

Une urne contient sept boules dont quatre noires numérotées 1 ; 2 ;3 ;4 et trois boules blanches numérotées 1 ;2 ;3. On tire simultanément trois boules de l'urne.

- 1) Combien de tirages distincts peut-on effectuer ? 0,25pt
- 2) Déterminer le nombre de tirages pour lesquels on obtient :
 - a) Deux boules de mêmes couleurs. 0,25pt
 - b) Deux boules portant un numéro pair. 0,25pt
- 3) On gagne 100F pour toute boule tirée portant un numéro pair et on perd 50F si la boule tirée porte un numéro impair.
 - a) Quels sont les gains possibles ? 0,25pt
 - b) Calculer le nombre de tirages possibles pour chaque gain. 1pt
- 4) Dans une classe de 40 élèves, on relève les données suivantes :
 - Il y a 16 filles parmi lesquelles 12 apprennent l'anglais et 6 apprennent l'arabe;
 - 26 élèves suivent les cours d'anglais, 17 les cours d'arabe, 7 suivent les deux cours;
 - 2 garçons ne suivent aucun de ces deux cours.
 - a) Déterminer le nombre de filles de cette classe qui suivent les deux cours de langue. 1pt
 - b) Déterminer le nombre de filles de cette classe qui ne suivent aucune des deux matières. 0,25pt

PARTIE B : EVALUATION DES COMPETENCES [04,5pts]

Monsieur Noah souhaite aménager une piscine et un espace de détente dans sa villa. Pour cela, il possède une somme de 750 000F qu'il voudrait fructifier pendant deux ans. Il place cette somme dans une micro finance nouvellement créée à un taux d'intérêt annuel de $t\%$. Un an après, pour des mesures de sécurité, l'ensemble du capital et des intérêts obtenu dans cette micro finance est ensuite placé à un taux d'intérêt annuel de $(t + 1,5)\%$ dans une banque et produit après un an un intérêt de 81 375F.

L'espace de détente est délimité par l'ensemble des points $M(x, y)$ du plan tels que $x^2 + y^2 = 10x - 2y - 1$. L'unité de longueur étant le mètre, il décide de recouvrir cette surface du gazon synthétique. n mètres carrés du gazon synthétique coûte 35 400F où n est la solution dans \mathbb{N} de l'équation : $C_n^2 = 15$.

La piscine à aménager a la forme carrée dont les sommets sont les images des solutions dans $] - \pi; \pi]$ de l'équation trigonométrique : $2\cos^2 x - 1 = 0$. (1 unité = 5m). Le coût des travaux s'élève à 7 000 FCFA le mètre carré.

Tâches

- 1) Quel est le montant obtenu par M. Noah en fin d'année dans la banque ? 1,5pt
- 2) Quel est le budget nécessaire pour aménager l'espace de détente? 1,5pt
- 3) Quel est le budget nécessaire pour aménager la piscine ? 1,5pt

Présentation : 0,5pt