

ÉPREUVE DE MATHÉMATIQUES

PARTIE A : ÉVALUATION DES RESSOURCES : 15 POINTS

EXERCICE 1 : 3,75 points

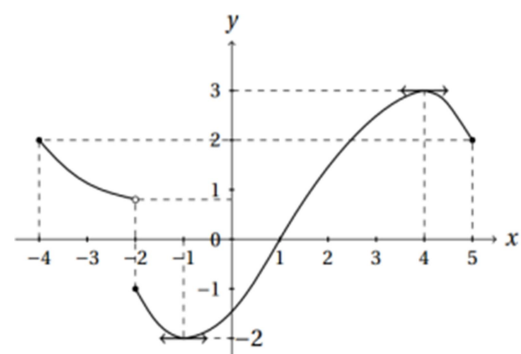
- 1- Résoudre dans $\mathbb{N}$ l'équation $A_n^2 - 3C_n^{n-2} + 1 = -20$. **0,75pt**
- 2- On considère le polynôme p définie par $p(x) = -2x^3 + 42x^2 - 1664$.
 - a) Calculer $p(8)$ **0,25pt**
 - b) En déduire la résolution dans $\mathbb{R}$ de l'équation $p(x) = 0$. **0,75pt**
- 3- Nathan dispose de 42 pièces de monnaies dans son sac. Il y'a n pièces de 10 F CFA et n pièces de 5 F CFA, toutes les autres pièces sont de 25 F CFA. On suppose que les pièces sont indiscernables au toucher. Devant le vendeur d'oranges, Nathan s'arrête et tire simultanément trois pièces de son sac.
 - a) On suppose que $n = 8$.
 - (i) Déterminer le nombre de tirages constitués de pièces de même valeur. **0,5pt**
 - (ii) Déterminer le nombre de tirages constitués de pièces contenant au moins une pièce de 10 F CFA. **0,5pt**
 - b) On suppose ici que $1 \leq n \leq 20$. Nathan voudrait acheter une orange de 40 F CFA.
 - (i) Montrer que le nombre $t(n)$ de tirages distincts possibles que peut effectuer Nathan pour acheter une orange de 40 F est $t(n) = -2n^3 + 42n^2$. **0,75pt**
 - (ii) Déterminer n pour que $t(n) = 1664$. **0,25pt**

EXERCICE 2 : 5 points

- A- Soit θ un nombre réel.
- 1) Développer $(\cos^2 \theta - \sin^2 \theta)^2$. **0,5pt**
 - 2) En déduire que $\cos^4 \theta + \sin^4 \theta = \frac{1}{2}(1 + \cos^2 2\theta)$. **0,75pt**
 - 3) Résoudre dans $]-\pi; \pi[$, l'équation $\cos^4 \theta + \sin^4 \theta = \frac{5}{8}$. **0,75pt**
- B- le plan est muni d'un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$. On considère les points $A\left(\begin{smallmatrix} 0 \\ 2 \end{smallmatrix}\right)$, $B\left(\begin{smallmatrix} -2 \\ 0 \end{smallmatrix}\right)$ et $C\left(\begin{smallmatrix} 2 \\ 0 \end{smallmatrix}\right)$ et on note G le barycentre des points pondérés $(A, 2)$; $(B, 1)$ et $(C, 1)$.
- 1) Montrer que O est milieu de $[BC]$ puis que G appartient à la droite (AO) . **0,5pt**
 - 2) Montrer que pour tout point M du plan, $AM^2 + OM^2 = 2GM^2 + 2$. **0,75pt**
 - 3) En déduire que l'ensemble (T) des points M du plan tel que : $2AM^2 + BM^2 + CM^2 = 28$ est un cercle dont on précisera le centre et le rayon. **(0,5pt + 0,5pt = 1pt)**
 - 4) Construire l'ensemble (T) dans le repère $(O, \vec{i}, \vec{j})$. **0,75pt**

EXERCICE 3 : 2,75 points

- I- La courbe ci-contre est celle d'une fonction h .
- 1) Répondre par vrai ou faux : **0,25pt** $\times 2 = 0,5pt$
 - a- h est continue en -2 ;
 - b- la restriction de h à l'intervalle $[-2; 5]$ est surjective.
 - 2) Sur votre feuille de composition reproduire la courbe (Ch) de la fonction h puis en déduire en pointillé, la construction de la courbe de la fonction $u : x \mapsto h(|x|)$. **1pt**
- II- Soit la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = x^2 \sin\left(\frac{1}{x}\right)$.



1) Montrer que $\forall x \in \mathbb{R}^*, |f(x)| \leq x^2$ puis en déduire $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$. **0,5pt**

2) Justifier que f est prolongeable par continuité en 0 et définir son prolongement. **0,75pt**

EXERCICE 4 : 3,5 points

On considère les fonctions f et g définies sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = \frac{2x-5}{x-3}$ et $g(x) = x^2 + 2x - 5$.

On note (C_f) et (C_g) leurs courbes représentatives dans un repère orthonormé du plan. (P) est la parabole d'équation $y = x^2$.

1) Déterminer l'ensemble de définition de la fonction $g \circ f$ et donner sa forme explicite. **1pt**

2) Mettre $g(x)$ sous forme canonique puis en déduire que (C_g) est l'image de (P) par une transformation plane que l'on déterminera. **0,5pt**

3) a- Démontrer que g est une application bijective de $[-6; -1]$ vers $[-6; 19]$. **0,75pt**

b- Soit g^{-1} la bijection réciproque de g . Montrer que $\forall x \in [-6; 19]$

$$g^{-1}(x) = -1 - \sqrt{x + 6}.$$

0,5pt

4) Montrer que le point $A(\frac{3}{2})$ est centre de symétrie à la courbe (C_f) . **0,75pt**

PARTIE B : ÉVALUATION DES COMPÉTENCES 5 POINTS

Le proviseur du lycée bilingue de NLONAKO souhaite choisir parmi ses élèves des classes littéraires cinq élèves qui vont représenter le lycée à un concours de langue française. Tous étudient anglais, allemand ou espagnol. 34 étudient anglais, 34 espagnol et 35 allemand. Par ailleurs, 6 étudient les trois langues, 14 étudient anglais et allemand, 16 anglais et espagnol et 16 allemand et espagnol. Il souhaiterait choisir deux élèves parmi ceux qui font uniquement allemand. RITA la meilleure élève des classes littéraires du lycée, élève étudiant l'espagnol est d'office parmi les cinq élèves à choisir.

En outre, le proviseur suit un projet de construction d'un complexe sportif au sein de l'établissement, devant comporter une piste d'athlétisme. L'ingénieur en charge du projet déclare que cette piste sera l'ensemble des point M du plan tels que :

$2100 \leq \overrightarrow{MA} \cdot \overrightarrow{MB} \leq 4500$ où A et B sont deux points de la piste distants de 40 m. La piste devra être recouverte par du gazon dont un sac pour $25 m^2$ coûte 25 000 F CFA.

Au moment de décaisser de l'argent pour le projet, le proviseur réalise qu'il a oublié le code du compte bancaire contenant l'argent du projet. Il se souvient néanmoins qu'il est formé de la lettre N suivi d'un nombre de trois chiffres et dispose de l'information supplémentaire suivante : la somme des chiffres du code est 17 ; si on permute le chiffre des dizaines et celui des centaines, le nombre augmente de 360 ; mais si on permute le chiffre des unités et celui des centaines, le nombre diminue de 198.

On prendra $\pi = 3,1$.

Tâches :

1. Indiquer au proviseur le nombre maximum de groupes de cinq élèves qu'il pourra former. **1.5pt**

2. Aider le proviseur à retrouver le code du compte bancaire contenant l'argent du projet. **1.5pt**

3. Déterminer le montant d'argent à prévoir pour recouvrir la piste d'athlétisme de gazon. **1.5pt**

Présentation : 0,5pt

Critères de correction	Production	Interprétation correct de la solution. (C1) (0.5pt)	Utilisation correcte des outils. (C2) (0.5pt)	Cohérence. (C3) (0.5pt)
TACHE				