

EPREUVE DE MATHÉMATIQUES

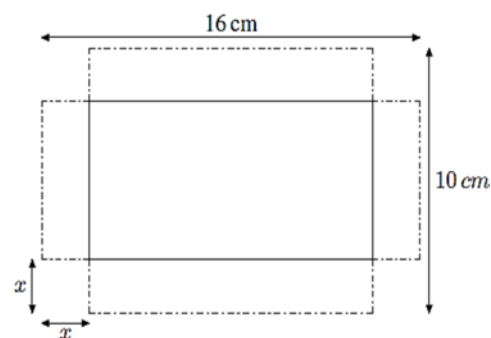
NB : la clarté, la lisibilité et toutes les étapes de calculs seront prises en compte. L'épreuve est numérotée sur deux pages

A- EVALUATION DES RESSOURCES : [15,5pts]

EXERCICE 1: [05,5pts]

1- Résoudre dans  $\mathbb{R}^2$  les systèmes :  $(s_1) : \begin{cases} \frac{x}{y} + \frac{y}{x} = -\frac{25}{12} \\ xy = -\frac{1}{3} \end{cases}$  et  $(s_2) : \begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{6} \\ xy = -6 \end{cases}$  [1pt]

2- On veut réaliser, dans le patron ci-dessous une boîte rectangulaire sans couvercle. Les longueurs sont exprimées en cm.



a- Donner l'expression du volume  $V$  en fonction de la valeur de  $x$ . [0,25pt]

b- Déterminer les valeurs de  $x$ , pour que cette boîte possède un volume égal à  $144 \text{ cm}^3$  [1pt]

II- l'espace est muni d'un repère orthonormé  $(O; \vec{i}; \vec{j}; \vec{k})$  d'unité graphique 1cm. On donne les points  $A(1; 6; 4)$ ,  $B(2; 5; 3)$ ,  $C(3; 1; 1)$  et  $D(8; 1; 7)$ .

1- a- Montrer que les points  $A, B$  et  $C$  définissent un plan qu'on notera  $(ABC)$  [0,25pt]

b- Donner une représentation paramétrique de  $(ABC)$  [0,5pt]

c- Donner une équation cartésienne de  $(ABC)$ , puis un vecteur normal à  $(ABC)$  [0,5pt]

2-  $(\Delta)$  est la droite passant par  $D$  et dirigée par  $\vec{u}(2; -1; 3)$ .

a- Donner une équation paramétrique et un système d'équations cartésiennes de  $(\Delta)$  [0,75pt]

b- Montrer que  $(\Delta)$  est orthogonale à  $(ABC)$  [0,5pt]

c- Déterminer les coordonnées de  $K$  point d'intersection de  $(\Delta)$  et  $(ABC)$  [0,5pt]

d- Que représente  $K$  pour  $D$ ? [0,25pt]

EXERCICE 2: [03,5pts]

On considère la suite  $(u_n)$  définie par :  $\begin{cases} u_0 = -1 \\ u_{n+1} = \frac{3u_n + 4}{u_n + 3} \end{cases}$

I- Soit  $h$  la fonction définie sur  $] -3, +\infty[$  par  $h(x) = \frac{3x+4}{x+3}$ , et  $(c_h)$  sa courbe représentative

1- Donner le sens de variation de  $h$  et construire  $(c_h)$  [1pt]

2- Représenter les quatre premiers termes de la suite  $(u_n)$  sur l'axe des abscisses [1pt]

II- Soit  $(v_n)$  la suite définie par  $v_n = \frac{u_n - 2}{u_n + 2}$  pour tout entier naturel  $n$

1- Montrer que  $(v_n)$  est une suite géométrique dont on précisera la raison [0,5pt]

2- Exprimer  $(v_n)$  puis  $(u_n)$  en fonction de  $n$  [0,75pt]

3- On pose  $s_n = v_1 + v_2 + v_3 + \dots + v_n$  Exprimer  $s_n$  en fonction de  $n$ . [0,25pt]

EXERCICE 3: [03,25pts]

1- Calculer  $(\sqrt{3} - \sqrt{2})^2$  [0,25pt]

2- Résoudre dans  $\mathbb{R}$  l'équation :  $4x^2 + 2(\sqrt{3} - \sqrt{2})x + \sqrt{6} = 0$  [0,75pt]

3- En déduire dans  $]-\pi; \pi]$  les solutions de  $(E)$  :  $4\sin^2 x + 2(\sqrt{3} - \sqrt{2})\cos(x) + \sqrt{6} + 4 = 0$  [0,75pt]

4- Placer les solutions de  $(E)$  sur le cercle trigonométrique. (Unité: 3cm sur les axes) [0,5pt]

5- Soient  $A$  et  $B$  deux points du plan tels que  $AB = 4\text{cm}$ . Construire sur des figures différentes les arcs capables d'extrémités  $A$  et  $B$  et d'angle  $\alpha$  dans chacun des cas suivants:  $(\widehat{MA}; \widehat{MB}) = 60^\circ$  et  $(\widehat{NA}; \widehat{NB}) = 150^\circ$  [1pt]

#### EXERCICE 4: [03,75pts]

Le plan vectoriel  $E$  est rapporté à la base  $B = (\vec{i}; \vec{j})$ .

1- On considère l'endomorphisme  $f$  de  $E$  définie par :  $f(\vec{i} - 2\vec{j}) = 5\vec{i} - 4\vec{j}$  et  $f(\vec{i} + \vec{j}) = -\vec{i} + 5\vec{j}$

a- Déterminer la matrice de  $f$  dans la base  $B$  [0,5pt]

b- L'endomorphisme  $f$  est-elle un automorphisme ? justifier votre réponse [0,25pt]

2- On considère l'endomorphisme  $g$  définie par  $g(\vec{i}) = \vec{i} - \vec{j} + f(\vec{i})$  et  $g(\vec{j}) = 8\vec{i} + f(\vec{j})$

a- Donner la matrice  $A$  de  $g$  dans la base  $B$  [0,5pt]

b- déterminer  $\ker g$  puis en déduire sa base et sa dimension [0,75pt]

c- déterminer  $\text{Im} g$  puis en déduire sa base et sa dimension [0,75pt]

3- On pose  $B' = (\vec{e}_1; \vec{e}_2)$  avec  $\vec{e}_1 = 6\vec{i} - 2\vec{j}$  et  $\vec{e}_2 = 2\vec{i} + \vec{j}$

a- Vérifier que  $B'$  est une base de  $E$  [0,25pt]

b- déterminer la matrice  $A'$  de  $g$  dans la base  $B'$  [0,75pt]

#### B- EVALUATION DES COMPETENCES : [04,5pts]

KYLIAN qui est un joueur de football, se trouve à du filet et renvoie à coup de pied le ballon formant un angle de  $\alpha = 30^\circ$  avec le sol horizontal à partir d'une hauteur  $h = 0,5\text{m}$  du sol avec une vitesse de frappe estimée à  $v_0 = 10\text{m/s}$ . La hauteur du filet est de  $2\text{m}$  et la trajectoire du ballon est donnée par la formule :  $y = -\frac{1}{2} \times \frac{g}{(v_0 \cos \alpha)^2} x^2 + x \tan \alpha + h$  où  $g = 9,8 \text{ m/s}^{-2}$ . La société SODECOTON embauche M. ADAMOU au 1er Janvier 2009 avec un salaire de 120.000FCFA et il a droit à des avancements dont chaque 1er Janvier de chaque année, son salaire se verra augmenter de 10.000F. On désigne par  $u_n$  le Salaire d'ADAMOU en et  $u_0 = 120\,000\text{F}$  son salaire initial. La compagnie aérienne camerounaise Camair-Co dont le siège est à Douala, compte six appareils dans sa flotte parmi lesquels un Boeing 767-300ER "le Dja". Son réseau de transport s'étend sur neuf destinations qui sont: le Cameroun (D); la RCA (B); le Tchad (N); la Côte-d'Ivoire (A); la France (P); le Gabon (Li); le Nigéria (L); le Sénégal (Da) et le Bénin (C). Le tableau ci-dessous donne le plan de vol direct existant dans le réseau de transport aérien de la compagnie Camair-Co dans ces pays. M. NSOH se trouve à Dakar et souhaite se rendre à Abidjan en empruntant Camair-Co et Des diplomates tchadiens et centrafricains se trouvant à Paris prennent le Dja' pour rentrer dans leurs pays respectifs.

Etant à	A	B	C	D	Da	L	Li	N	P
Il est possible d'aller à	D	L	D	B, N, Da, Li, P	L, C	D	C	B, L, A	A, Li

#### TACHES :

1- Après avoir Décrire tous les itinéraires possibles qu'il peut avoir pour M. NSOH, En déduire Quel chemin doit emprunter le pilote pour minimiser la distance Des diplomates? [1,5pts]

2- La balle touchera-t-elle le sol avant ou après le filet ? [1,5pts]

3- Après 30ans de service à la SODECOTON, M. ADAMOU est mis à la retraite. Calculer le montant total d'argent que M. ADAMOU a dû percevoir de la SODECOTON [1,5pts]

