

EPREUVE DE MATHÉMATIQUES

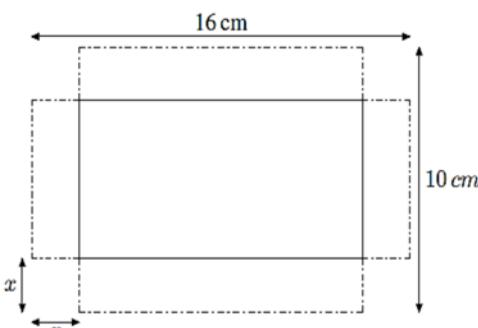
NB : la clarté, la lisibilité et toutes les étapes de calculs seront prises en compte. L'épreuve est numérotée sur deux pages

A- EVALUATION DES RESSOURCES : [15,5pts]

EXERCICE 1: [05,5pts]

1- Résoudre dans \mathbb{R}^2 les systèmes : $(s_1) : \begin{cases} \frac{x}{y} + \frac{y}{x} = -\frac{25}{12} \\ xy = -\frac{1}{3} \end{cases}$ et $(s_2) : \begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{6} \\ xy = -6 \end{cases}$ [1pt]

2- On veut réaliser, dans le patron ci-dessous une boîte rectangulaire sans couvercle. Les longueurs sont exprimées en cm.



a- Donner l'expression du volume V en fonction de la valeur de x . [0,25pt]

b- Déterminer les valeurs de x , pour que cette boîte possède un volume égal à 144 cm^3 [1pt]

II- l'espace est muni d'un repère orthonormé $(O; \vec{i}; \vec{j}; \vec{k})$ d'unité graphique 1cm. On donne les points $A(1; 6; 4), B(2; 5; 3), C(3; 1; 1)$ et $D(8; 1; 7)$.

1- a- Montrer que les points A, B et C définissent un plan qu'on notera (ABC) [0,25pt]

b- Donner une représentation paramétrique de (ABC) [0,5pt]

c- Donner une équation cartésienne de (ABC) , puis un vecteur normal à (ABC) [0,5pt]

2- (Δ) est la droite passant par D et dirigée par $\vec{u}(2; -1; 3)$.

a- Donner une équation paramétrique et un système d'équations cartésiennes de (Δ) [0,75pt]

b- Montrer que (Δ) est orthogonale à (ABC) [0,5pt]

c- Déterminer les coordonnées de K point d'intersection de (Δ) et (ABC) [0,5pt]

d- Que représente K pour D ? [0,25pt]

EXERCICE 2: [03,5pts]

On considère la suite (u_n) définie par : $\begin{cases} u_0 = -1 \\ u_{n+1} = \frac{3u_n + 4}{u_n + 3} \end{cases}$

I- Soit h la fonction définie sur $]-3, +\infty[$ par $h(x) = \frac{3x+4}{x+3}$, et (c_h) sa courbe représentative

1- Donner le sens de variation de h et construire (c_h) [1pt]

2- Représenter les quatre premiers termes de la suite (u_n) sur l'axe des abscisses [1pt]

II- Soit (v_n) la suite définie par $v_n = \frac{u_n - 2}{u_n + 2}$ pour tout entier naturel n

1- Montrer que (v_n) est une suite géométrique dont on précisera la raison [0,5pt]

2- Exprimer (v_n) puis (u_n) en fonction de n [0,75pt]

3- On pose $s_n = v_1 + v_2 + v_3 + \dots + v_n$ Exprimer s_n en fonction de n . [0,25pt]

EXERCICE 3: [03,25pts]

1- Calculer $(\sqrt{3} - \sqrt{2})^2$ [0,25pt]

2- Résoudre dans \mathbb{R} l'équation : $4x^2 + 2(\sqrt{3} - \sqrt{2})x + \sqrt{6} = 0$ [0,75pt]

3- En déduire dans $]-\pi; \pi]$ les solutions de (E) : $4\sin^2 x + 2(\sqrt{3} - \sqrt{2})\cos(x) + \sqrt{6} + 4 = 0$ [0,75pt]

4- Placer les solutions de (E) sur le cercle trigonométrique. (Unité: 3cm sur les axes) [0,5pt]

5- Soient A et B deux points du plan tels que $AB = 4\text{cm}$. Construire sur des figures différentes les arcs capables d'extrémités A et B et d'angle α dans chacun des cas suivants: $(\widehat{MA}; \widehat{MB}) = 60^\circ$ et $(\widehat{NA}; \widehat{NB}) = 150^\circ$ [1pt]

EXERCICE 4: [03,75pts]

Le plan vectoriel E est rapporté à la base $B = (\vec{i}; \vec{j})$.

- 1- On considère l'endomorphisme f de E définie par : $f(\vec{i} - 2\vec{j}) = 5\vec{i} - 4\vec{j}$ et $f(\vec{i} + \vec{j}) = -\vec{i} + 5\vec{j}$
 - a- Déterminer la matrice de f dans la base B [0,5pt]
 - b- L'endomorphisme f est-il un automorphisme ? justifier votre réponse [0,25pt]
- 2- On considère l'endomorphisme g définie par $g(\vec{i}) = \vec{i} - \vec{j} + f(\vec{i})$ et $g(\vec{j}) = 8\vec{i} + f(\vec{j})$
 - a- Donner la matrice A de g dans la base B [0,5pt]
 - b- déterminer $\ker g$ puis en déduire sa base et sa dimension [0,75pt]
 - c- déterminer $\text{Img } g$ puis en déduire sa base et sa dimension [0,75pt]
- 3- On pose $B' = (\vec{e}_1; \vec{e}_2)$ avec $\vec{e}_1 = 6\vec{i} - 2\vec{j}$ et $\vec{e}_2 = 2\vec{i} + \vec{j}$
 - a- Vérifier que B' est une base de E [0,25pt]
 - b- déterminer la matrice A' de g dans la base B' [0,75pt]

B- EVALUATION DES COMPETENCES : [04,5pts]

KYLIAN qui est un joueur de football, se trouve à du filet et renvoie à coup de pied le ballon formant un angle de $\alpha = 30^\circ$ avec le sol horizontal à partir d'une hauteur $h = 0,5\text{m}$ du sol avec une vitesse de frappe estimée à $v_0 = 10\text{m/s}$. La hauteur du filet est de 2m et la trajectoire du ballon est donnée par la formule : $y = -\frac{1}{2} \times \frac{g}{(v_0 \cos \alpha)^2} x^2 + xt \tan \alpha + h$ où $g = 9,8 \text{ m/s}^{-2}$. La société

SODECOTON embauche M. ADAMOU au 1er Janvier 2009 avec un salaire de 120.000FCFA et il a droit à des avancements dont chaque 1er Janvier de chaque année, son salaire se verra augmenter de 10.000F. On désigne par u_n le Salaire d'ADAMOU en et $u_0 = 120\ 000F$ son salaire initial. La compagnie aérienne camerounaise Camair-Co dont le siège est à Douala, compte six appareils dans sa flotte parmi lesquels un Boeing 767-300ER "le Dja". Son réseau de transport s'étend sur neuf destinations qui sont: le Cameroun (D); la RCA (B); le Tchad (N); la Côte-d'Ivoire (A); la France (P); le Gabon (Li); le Nigéria (L); le Sénégal (Da) et le Bénin (C). Le tableau ci-dessous donne le plan de vol direct existant dans le réseau de transport aérien de la compagnie Camair-Co dans ces pays. M. NSOH se trouve à Dakar et souhaite se rendre à Abidjan en empruntant Camair-Co et Des diplomates tchadiens et centrafricains se trouvant à Paris prennent le Dja' pour rentrer dans leurs pays respectifs.

Etant à	A	B	C	D	Da	L	Li	N	P
Il est possible d'aller à	D	L	D	B, N, Da, Li, P	L, C	D	C	B, L, A	A, Li

TACHES :

- 1- Apres avoir Décrire tous les itinéraires possibles qu'il peut avoir pour M. NSOH, En déduire Quel chemin doit emprunter le pilote pour minimiser la distance Des diplomates? [1,5pts]
- 2- La balle touchera-t-elle le sol avant ou après le filet ? [1,5pts]
- 3- Après 30ans de service à la SODECOTON, M. ADAMOU est mis à la retraite. Calculer le montant total d'argent que M. ADAMOU a dû percevoir de la SODECOTON [1,5pts]

