



EPREUVE DE MATHÉMATIQUES

EVALUATION DES RESSOURCES

13.25 Pts

EXERCICE 1 (05 points)

g est la fonction définies par : $g(x) = \frac{x^2-2x+2}{x-1}$; (Cg) sa courbe représentative dans le plan.

- 1) Déterminer le domaine de définition de Dg de g 0.5pt
- 2) calculer les limites de g aux bornes de son ensemble de définition Dg 1pt
- 3) déterminer trois nombres réels a, b et c tel que $\forall x \in Dg ; g(x) = ax + b - \frac{c}{x-1}$ 1.5pt
- 4) a) justifier que g est dérivable et calculer sa dérivée. 1pt
- 5) Démontrer que le point $G(1; 0)$ est un centre de symétrie à la courbe (Cg) 1pt

EXERCICE 2 (04.5 points)

1. Vérifier que : $(\sqrt{2} + \sqrt{3})^2 = 5 + 2\sqrt{6}$. [0,25pt]
2. On considère l'équation (φ) : $4\sin^2(x) + 2(\sqrt{2} - \sqrt{3})\sin(x) - \sqrt{6} = 0$.
 - a) Résoudre dans $[0 ; 2\pi [$ l'équation (φ) . [1.5pt]
 - b) Placer sur le cercle trigonométrique, les points images solutions de l'équation (φ) .

Unité graphique : 3cm [0,5pt]

3. Quelle est la nature du polygone obtenu ? [0,5pt]
4. En déduire dans $[0 ; 2\pi [$, l'ensemble solution de l'inéquation $4\sin^2(x) + 2(\sqrt{2} - \sqrt{3})\sin(x) - \sqrt{6} \geq 0$ [0,75pt]
5. Démontrer que pour tout $x \in [0 ; \frac{\pi}{2}]$, $\tan x \cdot \sin 2x = 1 - \cos 2x$. [0,5pt]
6. En déduire la valeur de $\tan \frac{\pi}{8}$ et $\tan \frac{\pi}{12}$. [0,5pt]

EXERCICE 3 (04 points)

Soit E le plan vectoriel rapporté à la base $B = (\vec{i}; \vec{j})$. On considère l'endomorphisme f de E dans E telle que pour tout vecteur $\vec{u} = x\vec{i} + y\vec{j}$ de E ; $f(\vec{u}) = 3(x - 2y)(\vec{i} + \vec{j})$.

- 1) a- Déterminer la matrice de f dans la base $B = (\vec{i}; \vec{j})$. 0,5pt
 b- Trouver la matrice de $f \circ f$ dans la base $B = (\vec{i}; \vec{j})$. 0,75pt
- 2) Déterminer $\text{Ker}(f)$ et préciser une base de $\text{Ker}(f)$. 0,75pt
- 3) Déterminer $\text{Im}(f)$ et préciser une base de $\text{Im}(f)$. 0,75pt
- 4) Soient $\vec{e}_1 = -2\vec{i} + \vec{j}$ et $\vec{e}_2 = \vec{i} + \vec{j}$
 - a) Justifier que $B' = (\vec{e}_1; \vec{e}_2)$ est une base de E . 0,5pt
 - b) Trouver la matrice de f dans la base $B' = (\vec{e}_1; \vec{e}_2)$. 0,75pt

Situation : *Compétence visée : utilisation du barycentre, système linéaire et trigonométrie pour évaluer un budget.*

Afin de doter son village en infrastructure sportive, une élite veut construire un stade de tennis et une piste d'athlétisme. A partir de la maquette on a les informations suivantes :

Le stade de tennis est délimité par les points $M(\cos x ; \sin x)$ du plan ($x \in]-\pi ; \pi [$) tels que $\cos^2 x + \frac{\sqrt{2}-1}{2} \cos x - \frac{\sqrt{2}}{4} = 0$. Pour éviter que la pelouse soit boueuse, il sera recouvert d'une couche de béton d'épaisseur 15 cm. Le mètre cube de béton coute 10000frs. (prendre 100m^2 comme unité d'aire).

La piste d'athlétisme est délimitée dans le plan autour de la portion ayant la forme d'un triangle équilatéral $A B C$ de côté 10m par les points M tels que : $18 \leq \|\overrightarrow{MA} + 2\overrightarrow{MB} - \overrightarrow{MC}\| \leq 50$. Il sera recouvert d'une peinture dont le mètre carré coute 2000frs.

Le budget pour nourrir ses ouvriers durant les trois premiers jours établit que :

1^e jour : 3kg de poissons, 2kg de viande et 1kg de riz à 10000 frs.

2^e jour : 1kg de poissons, 3kg de viande et 2kg de riz à 10000 frs.

3^e jour : 4kg de poissons, 2kg de viande et 3kg de riz à 12500 frs.

Dans le but de faire un bilan des dépenses, il vous est demandé de traiter les taches suivantes :

Taches :

1. Quel est le budget à prévoir pour la construction du stade de tennis ? 2.25pt
2. Quel est le budget à prévoir pour la construction de la piste d'athlétisme ? 2.25pt
3. Quel est le prix d'un kg de viande, d'un kg de poisson, d'un kg de riz ? 2.25pt