COLLEGE PLYVALENT LA PERLE PLUS

Durée	Epreuve	Coef	Durée	Classe	Année Scolaire
Probatoire Blanc N°02	Mathématiques	06	3h00	$1^{ere}C$	2021/2022

présentation et le soin apportés à la copie seront pris en compte dans l'évaluation de la copie.

PARTIE A : Utilisation des ressources (15 points)

Exercice 1 : 5.5 points

A/ L'espace $\mathcal{E}$ est rapporté à un repère orthonormé $(O;\vec{\imath}, \vec{\jmath}, \vec{k})$. On considère les points $A\,(0\,;1\,;1), B\,(1\,;1\,;0)\,, C\,(1\,;0\,;1)$ et $D\,(1\,;-1\,;2)$.

1. Montre que les points A, B et C définissent un plan. 0,75 pt
2. Détermine une représentation paramétrique du plan (ABC). 0,5 pt
3. Détermine une équation cartésienne de (ABC). 0,75 pt
4. Les points A, B, C et D sont-ils coplanaires ? 0,75 pt

B/ E est un plan vectoriel dont une base est $B = (\vec{\imath}\,;\vec{\jmath}\,)$. f est l'endomorphisme de E tel que : $f(\vec{\imath} + 2\vec{\jmath}) = \vec{\imath} - \vec{\jmath}$ et $f(j) = \vec{\imath} + \vec{\jmath}$.

1. Donne la matrice de f dans la base B. 0,75 pt
2. f est-il un automorphisme ? justifie ta réponse. 0,5 pt
3. Détermine $Kerf$ et Imf. 0,5 pt
4. On considère $K = \{\vec{u} \in E, f(\vec{u}) = -2\vec{u}\}$.

   Démontre que K est un sous espace vectoriel de E. 1 pt

Exercice 2 : 4points

Les parties A et B sont indépendantes.

On introduit dans une urne des boules indiscernables au toucher et numérotées parmi lesquelles trois boules portent le nombre 1, cinq boules portent le nombre 2 et quatre boules portent le nombre $\sqrt{3}$. On tire successivement et sans remise trois boules de cette urne. On désigne par **a** le nombre porté par la première boule tirée, par **b** le nombre porté par la deuxième boule tirée et par **c** le nombre porté par la troisième boule tirée. On forme ainsi l'équation (E) : $acosx + bsinx = c$ et la fonction numérique d'une variable réeelle h definie sur $[3;+\infty[$ par $h(x) = \frac{ax+b}{cx+2}$.

1. De combien de manières peut-on former les équations qui admettent pour ensemble solution $\{0;-\frac{\pi}{2}\}$ sur $[-\pi;0]$? 1pt
2. De combien de manières peut-on former des expressions de h pour lesquelles h est strictement croissante ? 1pt
3. De combien de manières peut-on former des expressions de h pour lesquelles la droite d'équation y =1 est asymptote horisontale à la courbe representative de h ? 0,75 pt

B/ 1. Soit la fonction g définie par : $g(x) = \begin{cases} \frac{ax+4}{2x-3}\ si\ x \geq 1 \\ ax^2 + 3x + 1\ si\ x > 1 \end{cases}$ où $a \in \mathbb{R}$.

Détermine a pour que la fonction g soit continue en 1. 0,75 pt

2. Soit la fonction k définie par : $k(x) = \frac{x^2-5x+6}{2x-4}$.

   Montre que k admet un prolongement par continuité en $x_0 = 2$. 0,75 pt

3. Montre que la fonction k est dérivable en $x_0 = 1$. 0,5 pt

Exercice 2: 5.5 points

Le plan est muni du repère orthogonal (O, I, J). On désigne par (C) la représentation graphique de la fonction f définie par : $f(x) = \frac{2x^2 - 7x + 5}{x - 3}$.

a) Détermine l'ensemble de définition D_f de f. 0,25pt

b) Détermine les limites de f aux bornes de son ensemble de définition. 1pt

c) Donne la dérivée f' de f puis le signe de f'. 1pt

d) Donne les variations de f sur D_f puis dresser son tableau de variations. 1pt

e) Détermine l'équation de la tangente à (C) au point d'abscisse $x = 5$. 0,75pt

f) Démontre que l'expression de f peut se mettre sous la forme : $f(x) = 2x - 1 + \frac{2}{x-3}$. 0,75pt

g) Justifie que la courbe (C) admet deux asymptotes (D) et (Δ) dont on précisera les équations. 0,75pt

h) Etudie les positions relatives de $(D) : y = 2x - 1$ et de la courbe (C). 1pt

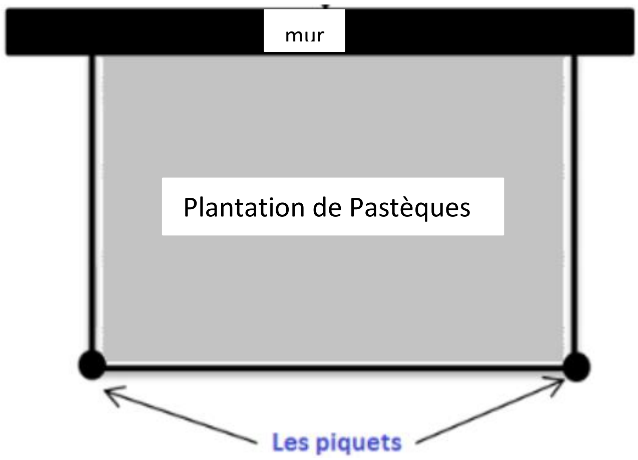
i. Démontre que le point $\Omega\,(3\,;\,5)$ est centre de symétrie à la courbe (C). 1pt

ii. Trace la courbe (C) et ses asymptotes. 1.5pt

PARTIE B : EVALUATION DES COMPETENCES (5 points)

Etre capable de déployer un raisonnement logique et communiquer à l'aide du langage mathématique en faisant appel Au barycentre, aux fonctions dérivées et aux équations pour déterminer un budget ou faire une prévision.

Henri est un éleveur qui veut faire la culture des pastèques dans sa parcelle de forme rectangulaire. Il dispose de 75 mètres de grillage barbelé pour clôturer les trois côtés de cette plantation car l'un des côtés de la plantation est le mur de sa maison. Pour avoir une grande surface de culture, Henri plante ses piquets en bois de telle sorte que la surface englobée soit maximale. Par ailleurs, pour commencer son élevage de Lapin et Canard, Henri a placé dans une banque de la place une somme de 4 000 000 frs à un taux d'intérêt (composé) trimestriel de x %. A la fin du deuxième trimestre, il consulte son compte et relève un montant de 4 161 600 frs. Ne connaissant pas le taux d'intérêt de cette banque, il espère que les intérêts générés à la fin du troisième trimestre lui permettront de retirer au moins 4 200 500 frs, car il souhaite creuser un puits pour arroser quotidiennement ses fruits. Finalement, il décide d'aménager un puits à l'extérieur de sa parcelle, entre sa maison située en P et une extremité Q de sa parcelle. Les bords du puits sont le lieu des points M du plan tels que $MP^2 + MQ^2 = 54$ avec $PQ = 10\,m$. L'ingénieur qu'il a consulté pour creuser le puits lui demande 5000frs pour un mètre cube de terre creusé tout en le rassurant qu'il aura l'eau à 16 mètres.



Tâches :

1. Henri pourra-t-il retirer le montant espéré à la fin du troisième trimestre ? 1,5 pt
2. Combien doit prévoir Henri pour la culture des pastèques si un mètre carré de pastèques coûte 3025 frs ? 1,5 pt
3. Combien Henri doit-il prévoir pour creuser son puits ? 1,5 pt

Einstein a dit « ***La folie c'est de faire la même chose et s'attendre à un résultat différent.*** »