RÉPUBLIQUE DU CAMEROUN

********

PAIX-TRAVAIL-PATRIE

********

MINISTERE DE L'EMPLOI ET DE LA FORMATION PROFESSIONNELLE

********

DIRECTION DE LA FORMATION ET DE L'ORIENTATION PROFESSIONNELLE

********

CENTRE DE FORMATION PROFESSIONNELLE ET

REPUBLIC OF CAMEROON

********

PEACE-WORK-FATHERLAND

********

MINISTRY OF EMPLOYMENT AND VOCATIONAL TRAINING

********

DEPARTMENT OF VOCATIONAL TRAINING AND GUIDANCE

********

VOCATIONAL TRAINING AND LANGUAGE

# OLYMPIADES JANVIER 2023 : Epreuve de Mathématiques, classe de 1ère C, durée 3h, coefficient 6.

## Partie A : Évaluation des ressources : (15 points)

### Exercice 1 : (03 points)

$A$, $B$ et $C$ sont trois points non alignés du plan et $E$ est le milieu du segment $[AC]$. Soit $x$ un réel de l'intervalle $\left[-\frac{\pi}{2}\,;\frac{\pi}{2}\right]$.

**1.** Pour quelles valeurs de $x$ le système $\{(A; cos^2x), (B; sin^2x), (C; \cos 2x)\}$ ne possède-t-il pas de barycentre ? **1pt**

**2.** Lorsqu'il existe, ce barycentre est noté $G_x$.

**a.** Démontrer que pour tout $x \in \left]-\frac{\pi}{2}\,;\frac{\pi}{2}\right[$, on a $\overrightarrow{EG_x} = \frac{1}{2}\overrightarrow{CB} \times \tan^2 x$. **1pt**

**b.** En déduire le lieu géométrique de $G_x$ lorsque $x$ décrit $\left]-\frac{\pi}{2}\,;\frac{\pi}{2}\right[$. **1pt**

### Exercice 2 : (03 points)

**1.** Résoudre dans $\mathbb{N}$ l'équation $A_n^2 - 3C_n^{n-2} + n = 20$. **1pt**

**2.** Dans un club de trois langues étrangères, a savoir l'Allemand (A) ; le Chinois (C) et le Lat in (L), il y a 96 apprenants. 10 font les trois langues à la fois ; 50 étudient le chinois ; 40 l e latin et 56 l'allemand. On sait aussi qu'il y a autant qui apprennent seulement le latin q ue ceux qui étudient seulement l'allemand et le chinois ; le nombre de ceux qui étudient s eulement l'allemand et le latin et
la moitié de ceux pratiquant seulement le chinois ; le nombre d'étudiants pratiquant seule ment l'allemand est le triple de celui des étudiants faisant seulement le chinois et le latin.

**a.** Montrer que le nombre de personnes qui étudient exactement deux langues et seulement deux peut être obtenu par le système (S) : $\begin{cases} x + 2y + z = 40 \\ x + y + z = 30 \\ x + y + 3z = 46 \end{cases}$. **1pt**

**b.** Calculer le nombre d'apprenants qui étudient exactement une seule langue. **0,5pt**

**3.** Donner les la nature et les caractéristiques de l'équation : $x^2 + y^2 - 2x + 2y = 0$. **0,5pt**

### Exercice 3 : (07 points)

**1.** Soit a un nombre réel. On considère les fonctions $f$ définie par $f(x) = \frac{x^2+ax-3}{x-2}$.
Calculer, suivant les valeurs de $a$, les limites de $f$ aux bornes de son ensemble de définition. **1,5pt**

2. Le plan est rapporté au repère orthonormé $(O,\vec{\imath},\vec{\jmath})$, $C_f$ la courbe représentative de $f$ dans ce repère.
a. Peut-on prolonger par continuité $f$ en 2 ? **0,5pt**
b. Étudier suivant les les valeurs de $a$, la dérivabilité de $f$ en 2. **0,5pt**
c. Détermine en fonction de $a$, la dérivée de la fonction $f$. **0,5pt**
3. Montre que la droite $y = x + 2 + a$ est asymptote oblique à $C_f$.
4. Pour $a = 2$, étudier les variations de $f$, dresser son tableau de variations et tracer $C_f$. **3pts**
5. Démontrer que le point $A(-3; a-6)$ est le centre de symétrie de $C_f$. **1pt**

**<u>Exercice 4</u> : (02 points)**

Une chèvre C, un chou X et un loup L se trouvent sur la rive d'un fleuve ; un passeur P souhaite les transporter sur l'autre rive mais, sa barque étant trop petite, il ne peut transporter qu'un seul d'entre eux à la fois. Comment doit-il procéder afin de ne jamais laisser ensemble et sans surveillance le loup et la chèvre, ainsi que la chèvre et le chou ?

1. Modélisez d'abord la situation par un graphe dont les sommets correspondent à l'ensemble des couples possibles dont le 1er élément indique qui est sur la rive A et le 2e, qui est sur la rive B. (Par exemple $(PCX\ ;\ L)$ signifie que le passeur, la chèvre et le chou sont sur la rive A et le loup sur la rive B. Tracez les arêtes qui peuvent relier deux sommets de ce graphe. **1pt**
2. Trouvez le degré de chaque sommet et en déduire le degré du graphe. **1pt**

**Partie B : Évaluation des compétences : (05 points)**

Lors de la coupe du monde QATAR 2022, le Cameroun a joué contre la Serbie. Au cours de ce match un but d'ABOUBAKAR joueur Camerounais, a marqué un but mais Neymar l'un des joueurs n'a pas bien vu ce but et demande à son voisin si le gardien a touché le ballon. Celui le répond en disant : ABOUBAKAR est situé au point $O$ ; l'équation de la trajectoire du ballon dans le repère $(O,\vec{\imath},\vec{\jmath})$ d'axes $Ox$ (axe des abscisses) et $Oy$ (axe des ordonnées) est donné par : $x(y) = -y^2 + 4y + 12$. Lors de son tir, le gardien était à une hauteur de 1,8 m par rapport à la verticale.

Autour de ce stade de football, il y a une piste d'athlétisme dont l'ensemble des points M du plan vérifient $12 \leq \|\overrightarrow{MA}\| + \|\overrightarrow{MB}\| + 2\|\overrightarrow{MC}\| \leq 16$ et le comité de gestion aimerait connaitre la dépense à effectuer pour l'achat des sauts de peinture sachant que 10 litres de sceau de peinture occupe 2m² et qu'un sceau de peinture coûte 1500 FCFA

Après le match, 6 joueurs décident de jouer à un tournoi d'échecs. Chaque joueur doit affronter les autres. Par simple curiosité, l'un des joueurs affirme qu'il est possible de construire un graphe représentant toutes les parties possibles et déduire le nombre de jours qu'il faut si chaque joueur ne joue qu'un match par jour.

**<u>Tâches</u> :**

1. Le gardien a-t-il touché le ballon ? **1,5pt**
2. Quelle somme débroussera le comité de gestion pour peindre la piste ? **1,5pt**
3. Détermine le nombre de joueurs qu'il faut pour terminer le tournoi. **1,5pt**

***Quand vous vous demandez où est Dieu pendant les périodes difficiles de votre vie, souvenez-vous que le professeur reste toujours silencieux pendant l'examen (Albert Einstein) ! ! ! ! !***

**Présentation générale de la copie:** **0,5pt**