

EVALUATION NUMERO 1 DU DEUXIEME TRIMESTRE

**Partie A : Evaluation des ressources (15pts)**

**Exercice 1: 5pts**

Soient les fonctions  $f$  et  $g$  définies par

$$f: \mathbb{R} \setminus \{-3\} \rightarrow \mathbb{R} \setminus \{2\} ;$$

$$x \mapsto \frac{2x+1}{x+3}$$

$$h: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$$

$$x \mapsto \sqrt{-2x+2}$$

1. Quelle différence faites-vous entre une application et une fonction ? 0,5pt
2. Montrer que  $f$  est une application bijective et déterminer sa bijection réciproque  $f^{-1}$ . 0,75pt
3. Déterminer l'ensemble de définition de  $h \circ f$  puis expliciter  $h \circ f(x)$ . 0,75pt
4. On considère la fonction  $g$  définie sur  $\mathbb{R} \setminus \{0\}$  par  $g(x) = \frac{-5}{x}$ .
  - a. Montrer que  $g$  est une fonction impaire. 0,5 pt
  - b. Construire la courbe  $(C_g)$  de la fonction  $g$  dans un repère orthogonal  $(O; I; J)$ . 0,5pt
  - c. Déterminer deux réels  $a$  et  $b$  tels que  $f(x) = a + \frac{b}{x+3}$ . 0,5pt
  - d. En déduire la transformation permettant de construire la courbe  $(C_f)$  de la fonction  $f$  à partir de  $(C_g)$ . 0,5pt
  - e. Construire  $(C_f)$  dans le repère précédent. 0,5pt
  - f. Montrer que  $I(-3; 2)$  est centre de symétrie de la courbe  $(C_f)$ . 0,5 pt

**Exercice 2: 4pts**

Soit ABC un triangle tel que  $AB=AC=5\text{cm}$  et  $BC=6\text{cm}$ . Soit  $I$  le milieu du segment  $[BC]$ .

1. Déterminer et construire l'ensemble des points  $M$  du plan tels que  $MB^2 + MC^2 = 50$ . 0,75pt
2. Montrer que  $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = AI^2 - \frac{1}{4}BC^2$ . Puis calculer  $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}$ . 0,75pt
3. On pose  $G = \text{bar}\{(A, 2); (B, 3); (C, 3)\}$ , construire  $G$  et calculer  $AG$ . 0,75pt
4. On considère l'application  $f$  du plan définie pour tout point  $M$  du plan par :  
 $f(M) = 2\overrightarrow{MB} \cdot \overrightarrow{MC} + \overrightarrow{MC} \cdot \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MA} \cdot \overrightarrow{MB}$ 
  - a. Montrer que pour tout point  $M$  du plan, on a :  $f(M) = f(G) + 4MG^2$ . 0,75pt
  - b. Exprimer alors  $f(A)$  en fonction de  $f(G)$ . 0,25pt
  - c. Déterminer et construire l'ensemble des points  $M$  du plan tels que  $f(M) = f(A) - 20$ . 0,75pt

**Exercice 3: 2,75pts**

On lance deux fois de suite un dé pyramidal à cinq faces portant les numéros suivants : 1 ; 2 ; -1 ; 4 et -2. On désigne par  $\alpha$  le numéro obtenu au premier lancé et  $\beta$  le numéro obtenu au deuxième lancé. On désigne par (E) l'équation  $x^2 - \beta x + \alpha = 0$ .

- 1) Déterminer le nombre de couples  $(\alpha, \beta)$  possibles. 0.5 pt
- 2) Déterminer en justifiant :
  - a) le nombre de couples  $(\alpha, \beta)$  pour lesquels (E) admet une racine double. 0,5pt
  - b) le nombre de couples  $(\alpha, \beta)$  pour lesquels (E) n'admet pas de racines. 0,75pt
  - c) le nombre de couples  $(\alpha, \beta)$  pour lesquels les points pondérés  $(A, \alpha)$  et  $(B, \beta)$  admettent un barycentre. 0.5pt
  - d) le nombre de couples  $(\alpha, \beta)$  pour lesquels les points pondérés  $(A, \alpha)$  et  $(B, \beta)$  admettent un barycentre n'appartenant pas au segment  $[AB]$ . 0,5pt

**Exercice 4 : 3,25 pts**

- 1) Démontrer les égalités suivantes :  $\cos \frac{\pi}{12} \cos \frac{5\pi}{12} + \sin \frac{\pi}{12} \sin \frac{5\pi}{12} = \frac{1}{2}$  et  $\cos \frac{\pi}{12} \cos \frac{5\pi}{12} - \sin \frac{\pi}{12} \sin \frac{5\pi}{12} = 0$ . 1pt
- 2) En déduire que  $\cos \frac{\pi}{12} \cos \frac{5\pi}{12} = \frac{1}{4}$ . 0.5 pt
- 3) Résoudre dans  $[0; 2\pi]$  l'équation  $\cos \frac{\pi}{12} \cos x = \frac{1}{4}$ . 1pt
- 4) Résoudre dans  $[0; 2\pi]$  l'inéquation  $\cos x - \cos \frac{5\pi}{12} > 0$ . 0,75pt

**Partie B : EVALUATION DES COMPETENCES**

M. BABA est propriétaire d'un champ ayant la forme d'un triangle dont les sommets sont les images sur le cercle trigonométrique (unité=100m) des solutions dans  $[0; 2\pi]$  de l'équation  $\cos 2x = \sin x$ . Dans ce champ, il y cultive des arachides et le coût de production est évalué à 2500F le mètre carré.

Pour la sécurité de toute sa propriété, il aimerait construire une clôture en utilisant un grillage coûtant 1500F le mètre. Pour cela, il fait appel à un ingénieur topographe qui lui conseille de prévoir une entrée délimitée par deux poteaux E et F distants de 5 mètres et de construire la clôture suivant les points M du plan vérifiant  $\text{mes}(\overrightarrow{ME}; \overrightarrow{MF}) = \frac{\pi}{8}$ .

Il décide en fin d'année de partager la somme de 270000F à ses trois employés Jean, Paul et Bob, proportionnellement à leurs âges. Ne connaissant pas exactement l'âge de chacun de ses employés au moment de faire les enveloppes, il se rappelle néanmoins que : Jean est l'aîné de Paul de 13 ans ; il y a de cela 6ans Jean avait le double de l'âge de Bob ; Bob est le cadet de Paul de 4 ans.

Tache 1 : Déterminer le montant nécessaire pour l'achat du grillage pour la construction de la clôture.

Tache 2 : déterminer le coût de production des arachides.

Tache 3 Déterminer le montant que chaque employeur recevra comme prime.

Présentation : 0,5pt

Tâches	Production	Interprétation correcte de la situation (0,5pt)	Utilisation correcte des outils (0,5pt)	Cohérence (0,5pt)
Tâche 1				
Tâche 2				
tâche 3				