

EVALUATION NUMERO 1 DU DEUXIEME TRIMESTRE

Partie A : Evaluation des ressources (15pts)

Exercice 1: 5pts

Soient les fonctions f et g définies par

$$f: \mathbb{R} \setminus \{-3\} \rightarrow \mathbb{R} \setminus \{2\} \quad ; \quad x \mapsto \frac{2x+1}{x+3}$$

$$h: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} \quad ; \quad x \mapsto \sqrt{-2x+2}$$

1. Quelle différence faites-vous entre une application et une fonction ? 0,5pt
2. Montrer que f est une application bijective et déterminer sa bijection réciproque f^{-1} . 0,75pt
3. Déterminer l'ensemble de définition de hof puis expliciter $hof(x)$. 0,75pt
4. On considère la fonction g définie sur $\mathbb{R} \setminus \{0\}$ par $g(x) = \frac{-5}{x}$.
 - a. Montrer que g est une fonction impaire. 0,5 pt
 - b. Construire la courbe (C_g) de la fonction g dans un repère orthogonal $(O; I; J)$. 0,5pt
 - c. Déterminer deux réels a et b tels que $f(x) = a + \frac{b}{x+3}$. 0,5pt
 - d. En déduire la transformation permettant de construire la courbe (C_f) de la fonction f à partir de (C_g) . 0,5pt
 - e. Construire (C_f) dans le repère précédent. 0,5pt
 - f. Montrer que $I(-3 ; 2)$ est centre de symétrie de la courbe (C_f) . 0,5 pt

Exercice 2 : 4pts

Soit ABC un triangle tel que $AB=AC=5\text{cm}$ et $BC=6\text{cm}$. Soit I le milieu du segment $[BC]$.

1. Déterminer et construire l'ensemble des points M du plan tels que $MB^2 + MC^2 = 50$. 0,75pt
2. Montrer que $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = AI^2 - \frac{1}{4}BC^2$. Puis calculer $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}$. 0,75pt
3. On pose $G = \text{bar} \{(A, 2) ; (B, 3) ; (C, 3)\}$, construire G et calculer AG . 0,75pt
4. On considère l'application f du plan définie pour tout point M du plan par :

$$f(M) = 2\overrightarrow{MB} \cdot \overrightarrow{MC} + \overrightarrow{MC} \cdot \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MA} \cdot \overrightarrow{MB}$$

- a. Montrer que pour tout point M du plan, on a : $f(M) = f(G) + 4MG^2$. 0,75pt
- b. Exprimer alors $f(A)$ en fonction de $f(G)$. 0,25pt
- c. Déterminer et construire l'ensemble des points M du plan tels que $f(M) = f(A) - 20$. 0,75pt

Exercice 3 : 2,75pts

On lance deux fois de suite un dé pyramidal à cinq faces portant les numéros suivants : 1 ; 2 ; -1 ; 4 et -2. On désigne par α le numéro obtenu au premier lancé et β le numéro obtenu au deuxième lancé. On désigne par (E) l'équation $x^2 - \beta x + \alpha = 0$.

- 1) Déterminer le nombre de couples (α, β) possibles. 0,5 pt
- 2) Déterminer en justifiant :
 - a) le nombre de couples (α, β) pour lesquels (E) admet une racine double. 0,5pt
 - b) le nombre de couples (α, β) pour lesquels (E) n'admet pas de racines. 0,75pt
 - c) le nombre de couples (α, β) pour lesquels les points pondérés (A, α) et (B, β) admettent un barycentre. 0,5pt
 - d) le nombre de couples (α, β) pour lesquels les points pondérés (A, α) et (B, β) admettent un barycentre n'appartenant pas au segment $[AB]$. 0,5pt

Exercice 4 :**3,25 pts**

- 1) Démontrer les égalités suivantes : $\cos \frac{\pi}{12} \cos \frac{5\pi}{12} + \sin \frac{\pi}{12} \sin \frac{5\pi}{12} = \frac{1}{2}$ et $\cos \frac{\pi}{12} \cos \frac{5\pi}{12} - \sin \frac{\pi}{12} \sin \frac{5\pi}{12} = 0$. 1pt
- 2) En déduire que $\cos \frac{\pi}{12} \cos \frac{5\pi}{12} = \frac{1}{4}$. 0.5 pt
- 3) Résoudre dans $[0; 2\pi]$ l'équation $\cos \frac{\pi}{12} \cos x = \frac{1}{4}$. 1pt
- 4) Résoudre dans $[0; 2\pi]$ l'inéquation $\cos x - \cos \frac{5\pi}{12} > 0$. 0,75pt

Partie B : EVALUATION DES COMPETENCES

M. BABA est propriétaire d'un champ ayant la forme d'un triangle dont les sommets sont les images sur le cercle trigonométrique (unité=100m) des solutions dans $[0; 2\pi]$ de l'équation $\cos 2x = \sin x$. Dans ce champ, il y cultive des arachides et le coût de production est évalué à 2500F le mètre carré.

Pour la sécurité de toute sa propriété, il aimerait construire une clôture en utilisant un grillage coutant 1500F le mètre. Pour cela, il fait appel à un ingénieur topographe qui lui conseille de prévoir une entrée délimitée par deux poteaux E et F distants de 5 mètres et de construire la clôture suivant les points M du plan vérifiant $\text{mes}(\overrightarrow{ME}; \overrightarrow{MF}) = \frac{\pi}{8}$.

Il décide en fin d'année de partager la somme de 270000F à ses trois employés Jean, Paul et Bob, proportionnellement à leurs âges. Ne connaissant pas exactement l'âge de chacun de ses employés au moment de faire les enveloppes, il se rappelle néanmoins que : Jean est l'ainé de Paul de 13 ans ; il y a de cela 6ans Jean avait le double de l'âge de Bob ; Bob est le cadet de Paul de 4 ans.

Tache 1 : Déterminer le montant nécessaire pour l'achat du grillage pour la construction de la clôture.
 Tache 2 : déterminer le coût de production des arachides.

Tache 3 Déterminer le montant que chaque employé recevra comme prime.

Présentation : 0,5pt

| Tâches | Production | Interprétation correcte de la situation (0,5pt) | Utilisation correcte des outils (0,5pt) | Cohérence (0,5pt) |
|---------|------------|---|---|-------------------|
| Tâche 1 | | | | |
| Tâche 2 | | | | |
| tâche 3 | | | | |