

EPREUVE DE MATHEMATIQUES

EVALUATION DES RESSOURCES

15.5 Pts

EXERCICE 1 (05 points)

g est la fonction définies par : $g(x) = \frac{x^2-2x+2}{x-1}$; (Cg) sa courbe représentative dans le plan.

- 1) Déterminer le domaine de définition de Dg de g 0.25pt
- 2) calculer les limites de g aux bornes de son ensemble de définition Dg 1pt
- 3) déterminer trois nombres réels a, b et c tel que $\forall x \in Dg ; g(x) = ax + b + \frac{c}{x-1}$ 0.75pt
- 4) a) justifier que g est dérivable et calculer sa dérivée. 0.75pt
 b) Etudier les variations puis tracer son tableau de variation 0.75pt
 c) Montrer que (D) : $y = x - 1$ est asymptote oblique 0.5pt
- 5) tracer (Cg) et (D) dans le même repère 1pt

EXERCICE 2 (04.5 points)

1. Vérifier que : $(\sqrt{2} + \sqrt{3})^2 = 5 + 2\sqrt{6}$. [0,25pt]
2. On considère l'équation $(\varphi) : 4\sin^2(x) + 2(\sqrt{2} - \sqrt{3})\sin(x) - \sqrt{6} = 0$.
 a) Résoudre dans $[0 ; 2\pi[$ l'équation (φ) . [1.5pt]
 b) Placer sur le cercle trigonométrique, les points images solutions de l'équation (φ) .
Unité graphique : 3cm [0,5pt]
3. Quelle est la nature du polygone obtenu ? [0,5pt]
4. En déduire dans $[[0 ; 2\pi[$, l'ensemble solution de l'inéquation
 $4\sin^2(x) + 2(\sqrt{2} - \sqrt{3})\sin(x) - \sqrt{6} \geq 0$ [0,75pt]
5. Démontrer que pour tout $x \in [0 ; \frac{\pi}{2}]$, $\tan x \cdot \sin 2x = 1 - \cos 2x$. [0,5pt]
6. En déduire la valeur de $\tan \frac{\pi}{8}$ et $\tan \frac{\pi}{12}$. [0,5pt]

EXERCICE 3 (03.5 points) (D uniquement)

ABCD est un carré de sens direct, de centre O tel que $AB = 2cm$. Soit $G = \text{bar}\{(A, 3); (B, 2); (C, 3); (D, 7)\}$

1. Montrer que $G \in (BD)$ 0,5pt
2.
 a. Montrer que $\overrightarrow{DG} = \frac{2}{3}\overrightarrow{DO}$ 0,25pt
 b. Construire le point G 0,25pt
3. On se propose de déterminer et de construire l'ensemble (Δ) des points M du plan tels que
 $3AM^2 + 2BM^2 + 3CM^2 + 2DM^2 = 40$
 a. Montrer que $3AM^2 + 3CM^2 = 6OM^2 + 12$ et $2BM^2 + 2DM^2 = 4OM^2$ 1pt
 b. Montrer que $M \in (\Delta) \Leftrightarrow OM = \sqrt{2}$ 0,5pt

c. Montrer que $A \in (\Delta)$ et en déduire la nature exacte de (Δ)

0,5pt

Construire (Δ)

Exercice 4 : (2.5 points)

Soit la suite numérique (u_n) définie par $\begin{cases} u_0 = 6 \\ u_{n+1} = \frac{1}{2}u_n + 1 \end{cases}$; pour tout entier naturel n . Le plan est muni d'un repère orthonormé $(O ; \vec{i} ; \vec{j})$.

On considère la suite (v_n) définie par $v_n = u_n - 2$

1. Montrer que (v_n) est une suite géométrique dont on précisera la raison. 1pt

2. Exprimer (v_n) puis (u_n) en fonction de n . 0.5pt

3. Calculer $T_n = v_0 + v_1 + \dots + v_n$ et $S_n = u_0 + u_1 + \dots + u_n$ 0.5pt×2

Exercice 5 : 3.5 points (C uniquement)

On considère l'espace E rapporté à un repère orthonormé direct $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$. Soient les points $A(3; -2; 2), B(6; 1; 5), C(6; -2; -1)$ et $D(0; 4; -1)$.

1. Démontrer que les points A, B, et C sont trois points non alignés. 0,5pt

2. a) Montrer que le triangle ABC est rectangle en A. 0,5pt

b) Écrire une équation cartésienne du plan (P_1) orthogonale à la droite (AC) et passant par A. 0,5pt

c) Vérifier que A, B, C et D sont non coplanaires 0,5pt

3. donner l'équation cartésienne du plan ABC 1.5pt

EVALUATION DES COMPETENCES

4.5Pts

Situation : La municipalité d'une ville dispose d'un vaste domaine foncier sur lequel elle a construit quelques infrastructures :

Un parc privé d'aire 750 m^2 a la forme d'un triangle rectangle dont le plus grand coté mesure 65 m. Pour sécuriser ce, la municipalité a pour projet de l'entourer avec 3 rangées de fil barbelé qui se vend à 1250f le mètre.

Dans ce parc cohabitent exclusivement des taureaux et des oies. On y compte 190 pattes et 60 têtes

Sur l'autre parcelle ayant la forme d'un rectangle ABCD, elle plante des fleurs. Cette parcelle est telle que le cercle (C) est le cercle trigonométrique et les points A, B, C et D sont les points images des solutions dans l'intervalle $]-\pi; \pi[$ de l'équation trigonométrique $4\sin^2 x - 3 = 0$ (On prendra $10\text{m} = 1$ unité). La municipalité Plante 10 fleurs tous les $\sqrt{3} \text{ m}^2$ et une fleur coûte 1 500 francs.

Tâches :

1. Combien faut-il à la municipalité pour acheter la quantité suffisante du fil barbelé ? 1,5 pt

2. Déterminer le nombre d'animaux de chaque espèce dans ce parc. 1,5 pt

3. Combien dépensera la municipalité pour l'achat des fleurs ? 1,5 pt