

EXAMEN : PROBATOIRE ESG BLANC N°1



MATHÉMATIQUES

Série : C
Coef : 3
Durée : 3H

PARTIE A : EVALUATION DES RESSOURCES

15pts

Exercice 1

5points

Pour chacune des questions suivantes, recopie sur la feuille de composition, uniquement le numéro de la question et la lettre correspondant à la bonne réponse. Aucune justification n'est demandée. Réponse juste 1 point. Pas de réponse ou mauvaise réponse 0 point.

- Les suites (U_n) et (V_n) sont définies par $U_n = \frac{3 \times 2^n - 4n + 3}{2}$ et $V_n = \frac{3 \times 2^n + 4n - 3}{2}$. Parmi les suites suivantes, laquelle est géométrique. a) $x_n = U_n - V_n$ b) $x_n = V_n - U_n$ c) $x_n = U_n + V_n$
- Soit E un plan vectoriel et $B = (\vec{i}, \vec{j})$ une base de E et f un endomorphisme de E dont la matrice dans la base B est $\begin{pmatrix} 1 & 0,5 \\ -2 & -1 \end{pmatrix}$. Le noyau de f est :
a) La droite vectorielle d'équation $2x + y = 0$ b) réduit au vecteur nul de E
c) La droite vectorielle d'équation $2x - y = 0$ d) La droite vectorielle d'équation $x - 2y = 0$
- Sachant que $x \in \left[\frac{\pi}{2}; \pi\right]$ et $\sin x = \frac{3}{5}$, on a
a) $\cos x = -\frac{2}{5}$ b) $\cos x = \frac{4}{5}$ c) $\cos x = -\frac{4}{5}$ d) $\cos x = \frac{2}{5}$
- ABC est un triangle. I, J et K sont les milieux respectifs des segments $[BC]$, $[AC]$ et $[BA]$. $S_{(BC)}$ et $S_{(JK)}$ sont les symétries d'axes respectives (BC) et (JK) . L'application $S_{(BC)} \circ S_{(JK)}$ est :
a) La rotation de centre A b) La translation de vecteur \vec{AI} c) La translation de vecteur $2\vec{AI}$
- La fonction f définie sur \mathbb{R} par $f(x) = 4\sin^2(x) \times \cos(2x)$ a pour dérivée :
a) $f'(x) = 4(1 - 4\sin^2 x)\cos(2x)$ b) $f'(x) = 4(-1 + 4\sin^2 x)\sin(2x)$ c) $f'(x) = 4(1 - 4\sin^2 x)\sin(2x)$

Exercice 2

6 points

- Le plan est rapporté à un repère orthonormé $(O; \vec{i}, \vec{j})$ d'unité 1 cm sur les axes. Soit f la fonction définie sur $D = \mathbb{R} - \{1\}$ par $f(x) = \frac{(x-1)^2}{x+1}$. On note (Γ) la courbe représentative de f
 - Calculer les limites aux bornes de D et en déduire que (Γ) admet une asymptote (Δ) dont on précisera une équation. 1pt
 - Étudier les variations de f et dresser le tableau des variations. 1,75pt
- Déterminer trois réels a, b et c tels que pour tout réel x de D on ait :
 $f(x) = ax + b + \frac{c}{x+1}$. 0,75pt
b) En déduire que la droite (L) d'équation $y = ax + b$ est asymptote à la courbe (Γ) . 0,25pt
- Montrer que le point $\Omega(-1; -4)$ est centre de symétrie pour la courbe (Γ) . 0,5pt
- Tracer la courbe (Γ) ainsi que ses asymptotes dans le repère $(O; \vec{i}, \vec{j})$. 0,75pt
- Soit g la fonction définie par $g(x) = f(|x|)$.
a) Déterminer le domaine de définition de g 0,25pt

b) Étudier la parité de g , puis comparer $g(x)$ et $f(x)$ pour x positif. 0,5pt

c) Tracer la courbe représentative (Γ') de g dans le même graphique. 0,25pt

Exercice 3

4 points

Le plan est muni d'un repère orthonormé (O, I, J) . On considère les points A, B et C de coordonnées respectives $A(4, 1)$, $B(3, 5)$ et $C(-1, 4)$. Soient I et J les milieux respectifs des segments $[AB]$ et $[IC]$ et K le point tel que $\overrightarrow{AK} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AC}$.

1. Placer les points A, B et C dans le repère et démontrer que le quadrilatère $OABC$ est un carré. 1pt
2. a) Démontrer que les points J, K et B sont alignés 0,75pt
b) En déduire les coordonnées du point J 0,5pt
3. Démontrer que l'équation cartésienne du cercle (Γ) circonscrit au carré $OABC$ est donnée par : $(\Gamma): x^2 + y^2 - 3x - 5y = 0$ 0,5pt
4. Écrire l'équation (Γ_A) de la tangente à (Γ) en A . 0,5pt
5. (Γ_A) rencontre (OJ) en un point D .
 - a) Déterminer les coordonnées de D . 0,25pt
 - b) Déterminer l'équation de la deuxième tangente (T') à (Γ) passant par D . 0,5pt

PARTIE B : EVALUATION DES COMPÉTENCES

4.5pts

Situation :

Monsieur NCHARE a ouvert un compte dans une microfinance où le taux d'intérêt annuel simple est de 5%. A l'ouverture du compte le 14 février 2011, il a versé une somme de 150 000 frs. Le 15 février 2016, il a retiré un montant pour construire un forage d'eau. La somme restante dans son compte est alors considérée comme nouveau capital placé. En date du 16 février 2023 ce compte a un montant de 135 000 Frs.

Dans sa cour, il a aménagé un jardin défini par l'ensemble des points M du plan tels que $26 \leq MA^2 + MB^2 \leq 28$. Où les points A et B distants de 6m désignent les emplacements des robinets d'arrosage. Il souhaite y planter du gazon dont le mètre carré lui reviendra à 675 FCFA.

La famille TALLA s'est abonnée chez monsieur NCHARE pour puiser de l'eau. Monsieur TALLA a acheté un seau cylindrique dont la hauteur dépasse le rayon de du disque de base de 10 cm. Ce seau sera utilisé pour remplir une petite citerne cylindrique dont la hauteur et le rayon sont respectivement égaux à 8 fois et 9 fois le rayon du seau. Pour remplir cette citerne, il faut y verser exactement 216 seaux d'eau pleins.

Tâches :

1. Combien monsieur NCHARE avait-il retiré le 15 février pour ses travaux ? 1,5pt
2. Combien de mètre cube d'eau dispose cette famille lorsque la citerne est remplie ? 1,5pt
3. Combien monsieur NCHARE va-t-il dépenser pour la pose des gazons ? 1,5pt

Présentation 0,5 point