Ministère des enseignements secondaires
Lycée **bilingue du genie militaire**
Departement **de** *Mathématiques*

Année **Scolaire 2022 - 2023**
Evaluation : $Sequentielle N^0 3$
Classe : *PC* **Coef : 6** *Durée* **: 3h**

ÉPREUVE DE MATHÉMATIQUES

PARTIE A :EVALUATION DES RESSOURCES. [15.5pt]

Exercice 1 [5.5pts]

1. Soit P un polynome reciproque de degre n. c'est a dire pour tout x non nul $P(\frac{1}{x}) = \frac{1}{x^n}P(x)$
   (a) Montrer que si α est une racine de P alors $\frac{1}{\alpha}$ l'est aussi. **[0.25pt]**
   (b) Demontrer que si le degre n de P est impaire, alors -1 est une racine de P. **[0.5pt]**
   (c) Demontrer que P est de polynome reciproque de degre 3 ($P(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$, avec a, b, c et d) si et seulement si $a = d$ et $b = c$. **[1pt]**
   (d) Application : Resoudre dans l'ensemble des nombres reels l'equation $2x^3 - 3x^2 - 3x + 2 = 0$. **[1pt]**
2. On lance simultanement deux *dé*s parfaitement equilibrés comportant 6 faces portant les numeros -2 ; -1 ; 0 ; 1 ; 2 et 3 ; on note a le numero obtenu sur le premier *dé* et b le numero obtenu sur le second. soit A et B deux points distints du plan et (E) l'equation : $x^2 + ax + b = 0$.
   (a) Denombrer le nombre de cas *où* le systeme $((A; a), (B; b))$ admet un barycentre et ce barycentre est situé *à* l'interieur du segment $[AB]$. **[0.75pt]**
   (b) Denombrer le nombre de cas *où* le systeme $((A; a), (B; b))$ admet un barycentre et ce barycentre est situé *à* l'exterieur du segment $[AB]$. **[0.75pt]**
   (c) Denombrer le nombre de cas *où* (E) admet deux solutions positives **[0.75pt]**
   (d) Denombrer le nombre de cas *où* (E) admet deux solutions de signe contraire **[0.5pt]**

Exercice 2. [5pts]

Soit f la fonction definie pour tout x non nul par $f(x) = \frac{1}{x}$; on note (C_f) sa courbe representative dans un repere orthonormé. soit la fonction g definie par $g(x) = \frac{x-2}{x-3}$. On note (C_g) sa courbe representative.

1. Determiner l'ensemble D_f et D_g, respectivement le domaine de definition de f et g et en deduire $D_{f \circ g}$. **[1pt]**
2. Montrer que g est bijective et explicitez sa bijection reciproque. **[1.5pt]**
3. Montrer que $I(3; 1)$ est centre de symetrie *à* (C_g). **[0.5pt]**
4. Construire (C_f) dans le repere. **[0.5pt]**
5. Determiner deux reel a et b tel que $g(x) = f(x - a) + b$. **[0.5pt]**
6. En deduire la nature de la transformation qui transforme (C_f) en (C_g). **[0.5pt]**
7. Deduire la contruction de (C_g). **[0.5pt]**

Exercice 3 [5pts]

ABC est un triangle rectangle isocele en A de sens indirect tel que $AB = AC = 4cm$. I et E sont les milieux respectifs de $[AB]$ et $[BC]$. $D = bar\{(A; -1), (B; 1), (C; 1)\}$

1. Montrer que E est le milieu du segment $[AD]$ et deduire le nature du quadrilatere $ABCD$. **[0.5pt]**

http://sujetexa.com

2. Determiner et construire l'ensemble des poitns M du plan tel que $MA^2 - MD^2 = 16$.**[0.5pt]**
3. Determiner la nature des transformations $S_{(AC)} \circ S_{(IE)}$ et $S_{(AC)} \circ S_{(AE)}$. **[0.75pt]**
4. Soit m un parametre reel. Determiner en fonction des valeurs de m la nature et les elements caracteristique de l'application q qui a tout point M du plan associe le point M' tel que $\vec{MM'} = m\vec{MA} + \vec{MB} - 8\vec{MC}$. **[1.25pt]**
5. Soit F, l'espace des fonctions $\grave{a}$ valeur reelle. On designe par I l'ensemble des fonctions impaires et par P l'ensemble des fonctions paires.
   (a) Montrer que I et P sont des sous espace vectoriel de F. **[1.5pts]**
   (b) Montrer que $F = I \oplus P$. **[0.5pt]**

PARTIE B : EVALUATION DES COMPETENCES. **[4.5pts]**

Situation : Mathematiques utile.
Le conseil detablissement du lycee bilingue du genie militaire voudrait amenager son site situé lexterieur du lycee en y construisant un stade de Volley-ball, un stade de hand-ball et une dathletisme. Dans le cahier de charge , le stade de hand-ball est dlimité par les points images sur le cercletrigonometrique des solutions sur $[0; 2\pi[$ de lequation $I(x) = 1$ *où* $I(x) = 1 + 2sin(x)cos(x) - 2cos^2(x)$, lunite etant 12 metres. Pour eviter que la pelouse soit submergée de boue, le conseil a decidé de daller $\grave{a}$ laide du mortier (sable + ciment) : le sable est vendu $\grave{a}$ 600F le seau de 15 litres et un seau peut couvrir un espace de $0.5m^2$. Un sac de Ciment coute 5700F et peut couvrir $3m^2$ de surface. Le stade de volley-ball est delimité par lensemble des points M du plan tel que $Mes(\widehat{(\vec{MP}; \vec{MQ})}) = \frac{\pi}{6} + 2k\pi$. avec k entier positif et $PQ = 12m$. Le conseil decide de recouvrir cette surface du gazon synthntique, n metre carres de gazon synthetique coute 36400F avec n est solution de lequation $4 + \sqrt{x-2} = x$. Sagissant de le piste dathletisme, elle est delimitée dans le plan autour dune portion ayant la forme dun triangle quilateral ABC de cote 10m et representee par lensemble des points M tels que $15 \leq ||\vec{MA} + \vec{MB} + \vec{MC}|| \leq ||\vec{MA} + 2\vec{MB} - 3\vec{MC}||$. Le conseil desire proteger cette piste en y plantant des panneaux publicitaires le long des abords des deux pistes. Deux pieds de panneaux publicitaires permettent de recouvrir $0,15m$ et un pied coute 750F.
Tâches :

(a) Determiner le budget $\grave{a}$ prevoir par le conseil pour construire le stade de hand-ball. **[1.5pt]**

(b) Determiner le budget $\grave{a}$ prevoir par le conseil pour construire le stade de volley-ball. **[1.5pt]**

(c) Determiner le budget $\grave{a}$ prvoir par le conseil pour embellir la piste dathletisme. **[1.5pt]**

Presentation **[0,5pt]**
EXAMINATEUR : Chrisostome TSAJIO (PLEG)

la reussite se determine sur la base du travail

http://sujetexa.com