

Épreuve de Mathématiques

Un travail soigné fait la fierté de l'apprenant et évite une ambiguïté dans la correction ; tenez en compte.

Partie A : Evaluation des ressources [15.50pts]

EXERCICE 1 (QCM) [3.00pts]

Pour chaque question suivantes une seule réponse est juste, choisir le numéro de la question et la lettre correspondante à la réponse exacte.

N.B : -0.25pt pour une mauvaise réponse

1. La mesure principale de l'angle orienté $-\frac{118}{6}\pi$ est :
 a. $\frac{\pi}{6}$ b. $-\frac{\pi}{6}$ c. $\frac{\pi}{3}$ d. $-\frac{\pi}{3}$ [0.50pt]
2. Soit l'équation $bx^2 + ax + c = 0$ le produit P des racines est
 a. $\frac{c}{a}$ b. $-\frac{b}{a}$ c. $\frac{c}{b}$ d. $-\frac{b}{a}$ [0.50pt]
3. On donne $2\overrightarrow{AG} - 3\overrightarrow{BG} = \vec{O}$ alors G est le barycentre de :
 a. $\{(A, -6); (B, -9)\}$ b. $\{(A, 6); (B, -9)\}$ c. $\{(A, -20); (B, 30)\}$ d. $\{(A, 20); (B, -30)\}$ [0.50pt]
4. Le nombre d'anagramme du mot **Mathématiques** est :
 a. 398881800 b. 389188880 c. 389188800 d. 39881800 [0.50pt]
5. $\forall x \in \mathbb{R}, \cos^2(x) =$
 a. $\frac{1-\sin(2x)}{2}$ b. $\frac{1+\sin(2x)}{2}$ c. $\frac{1+\cos(2x)}{2}$ d. $\frac{1-\cos(2x)}{2}$ [0.50pt]
6. Combien peut-on former de codes à cinq chiffres ?
 a. 30240 b. 252 c. 100000 d. 9765625 [0.50pt]

EXERCICE 2 (Système et équations) [2.25pts]

1. On donne l'équation $4x^2 - (\sqrt{6} + 4\sqrt{3})x + \sqrt{18} = 0$ montrer que $\frac{\sqrt{6}}{4}$ est solution en déduire l'autre solution sans calculer le discriminant [0.75pt]
2. Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation suivante $\sqrt{2x-3} = 2x+5$ [0.75pt]
3. Déterminer deux nombres x et y sachant que leur somme est 7 et leur produit 12 [0.75pt]

EXERCICE 3 (Barycentres) [2.25pts]

1. Construire le point G : $\overrightarrow{AG} + 3\overrightarrow{BG} = \vec{O}$, $2\overrightarrow{GA} + 5\overrightarrow{GB} = \vec{O}$ avec AB=9cm [0.50pt]
2. ABC est un triangle, on désigne le point D défini par : $5\overrightarrow{AD} - 3\overrightarrow{AB} - 3\overrightarrow{AC} = \vec{O}$
 a. Ecrire D comme barycentre des points A, B et C affecté des coefficients que l'on déterminera [0.50pt]
3. G désigne l'isobarycentre des points B(1 ; 0) et C(2 ; -1) déterminer les coordonnées du point G. [0.50pt]
4. Déterminer et construire l'ensemble des points M du plan tel que $\|\frac{1}{2}\overrightarrow{AM} + \frac{1}{2}\overrightarrow{BM}\| = 2$ [0.75pt]

EXERCICE 4 (Trigonometrie) [3.00pts]

On considère l'expression $E(x)$ définie par : $E(x) = \cos^2(3x) + 2 \sin(3x) \cdot \cos(3x) - \sin^2(3x)$

1. a. Montrer que $E(x) = \cos(6x) + \sin(6x)$ [0.50pt]
- b. Montrer que $E(x) = \sqrt{2} \cos(6x - \frac{\pi}{4})$ [0.75pt]
2. a. Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $E(x) = -1$ [1.00pt]
- b. Représenter les images des solutions de cette équation sur le cercle trigonométrique. [0.75pt]

EXERCICE 5 (Dénombrement) [5.00pts]

1. Rappeler la formule du binôme de Newton puis l'utiliser pour développer $(2x + 3)^4$. [1.00 pt]
2. Résoudre dans $\mathbb{N}$ les équations suivantes : $C_n^2 = 91$; $A_n^2 = 56$. [1.00 pt]
3. Le prof de Maths possède dans sa penderie :
 - 4 pantalons dont 2 noirs et 2 bleus.
 - 6 chemises dont 3 blanches 2 bleus et un jaune.

Son habillement consiste en une chemise et un pantalon. Au moment de s'habiller survient une panne d'électricité. Le prof pressé enfle un pantalon et une chemise sans se préoccuper de la couleur de ses vêtements.

1. Combien a-t-il de manières différentes de s'habiller? [0.75 pt]
2. Combien a-t-il de manières différentes de s'habiller sachant qu'il porte :
 - a. Une chemise blanche? [0.75 pt]
 - b. Un pantalon blanc? [0.75 pt]
 - c. Un pantalon blanc et une chemise jaune? [0.75 pt]

Partie B : Evaluation des compétences [04.50pts]

Ton père a un terrain dont les sommets sont image des solutions dans $]-\pi; \pi[$ de l'équation $\cos(6x) = 1$. Il souhaite faire des travaux sur son terrain pour cela il fait appel à des techniciens et une fois sur place ces techniciens se sont serrés la main et il y'a eu 28 poignées de mains distinctes. Ces techniciens ont gagnés la somme de 45000f pour le travail et ont décidé de mettre cette somme à $t\%$ dans une banque qui produit des intérêts chaque année, à la deuxième année, ils placent le nouveau capital obtenu à un taux de $(t + 2)\%$ et obtiennent un intérêt de 4680f

1. Déterminer la forme du terrain du père. [1.50pt]
2. Déterminer le nombre de techniciens du père. [1.50pt]
3. Déterminer l'intérêt de la première année. [1.50pt]