

	COLLEGE EVANGELIQUE DE NEW BELL		DEPARTEMENT DE MATHÉMATIQUES		
	BP : 6022 DOUALA		EVALUATION N° 3		
	Tel : (237) 6 55 76 27 82		CLASSE : T ^{le} D		
	« Notre référence c'est l'excellence »		Jan. 2023	Coef : 4	Durée : 4 H

Partie A : EVALUATION DES RESSOURCES / 13,25 Points

Exercice 1 : 3 points

On donne $g(x) = \ln(x^2 - 4x + 3)$ et $h(x) = \ln(2x - 2)$

- 1) Déterminer l'ensemble de définition de chacune des fonctions g et h . 0,5 pt
- 2) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $h(x) = g(x)$ 0,5 pt
- 3) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'inéquation $g(x) > h(x)$ 0,5 pt
- 4) Calculer $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x)$ et $\lim_{x \rightarrow 1^-} g(x)$ 0,5 pt
- 5) Déterminer la dérivée $g'(x)$ de $g(x)$. 0,5 pt
- 6) En déduire les primitives sur $]3 ; +\infty[$ de la fonction $f(x) = \frac{x-2}{x^2-4x+3}$ 0,5 pt

Exercice 2 : 6 Points

- 1) a) Ecrire le nombre $8i$ sous la forme exponentielle. 0,5 pt
b) En déduire la résolution dans $\mathbb{C}$ de l'équation $z^3 = 8i$. On trouvera les résultats sous forme exponentielle et sous forme algébrique. 1 pt
- 2) Le plan complexe est muni du repère orthonormé $(O ; \vec{u}, \vec{v})$. On considère les points A, B et C d'affixes respectives $z_A = \sqrt{3} + i, z_B = -\sqrt{3} + i$ et $z_C = -2i$
a) Trouver le module et un argument du nombre complexe $\frac{z_C - z_A}{z_B - z_A}$ 1 pt
b) En déduire la nature du triangle ABC . 0,25 pt
- 3) Soit la suite (z_n) définie par $z_0 = 1 + i$ et $z_{n+1} = \frac{1}{2}iz_n$
a) Montrer que la suite $(|z_n|)$ est une suite géométrique, puis préciser sa raison et son premier terme. 0,75 pt
b) Montrer que $\arg(z_{n+1}) = \arg(z_n) + \frac{\pi}{2}$, puis en déduire la nature de la suite $(\arg(z_n))$ 0,75 pt
- 4) On considère les points A_1, A_2 et A_3 d'affixes respectives $z_1 = 1, z_2 = 1 + \sqrt{2} + i\sqrt{2}$ et $z_3 = \frac{5+i\sqrt{3}}{4}$
a) Ecrire sous forme trigonométrique les nombres complexes $z_2 - z_1$ et $z_3 - z_1$ 1 pt
b) Donner une écriture exponentielle de $Z = \frac{z_3 - z_1}{z_2 - z_1}$. 0,75 pt
c) En déduire les valeurs exactes de $\cos \frac{\pi}{12}$ et $\sin \frac{\pi}{12}$. 0,5 pt

Exercice 3 : 4,25 points

- 1) Soit h la fonction définie sur $\mathbb{R}^*$ par $h(x) = \frac{1}{2}\left(x + \frac{2}{x}\right)$
Dresser le tableau de variation de h . 0,75 pt
- 2) On considère la suite (u_n) définie par : $\begin{cases} u_0 = \frac{3}{2} \\ u_{n+1} = h(u_n) \end{cases}$ où h est définie ci-dessus.
a) Calculer u_1 et u_2 0,5 pt
b) Démontrer par récurrence que $\forall n \in \mathbb{N}$, on a $\sqrt{2} < u_n < \frac{3}{2}$ et $u_{n+1} < u_n$ 1 pt
c) (u_n) converge-t-elle ? Justifier. 0,25 pt
d) Résoudre l'équation $h(x) = x$ et en déduire la limite l de la suite (u_n) 0,5 pt
- 3) Montrer que $\forall x \in \left] \sqrt{2} ; \frac{3}{2} \right[, |h'(x)| \leq \frac{1}{2}$ 0,25 pt

- 4) Démontrer que pour tout entier n , on a $|u_{n+1} - \sqrt{2}| < \frac{1}{2} |u_n - \sqrt{2}|$ 0,5 pt
- 5) En déduire, par récurrence, que $\forall n \in \mathbb{N}, 0 < u_n - \sqrt{2} < \left(\frac{1}{2}\right)^n (u_0 - \sqrt{2})$ 0,5 pt
- 6) Retrouver en justifiant la valeur de l . 0,25 pt

Partie B : EVALUATION DES COMPETENCES / 6,75 Points

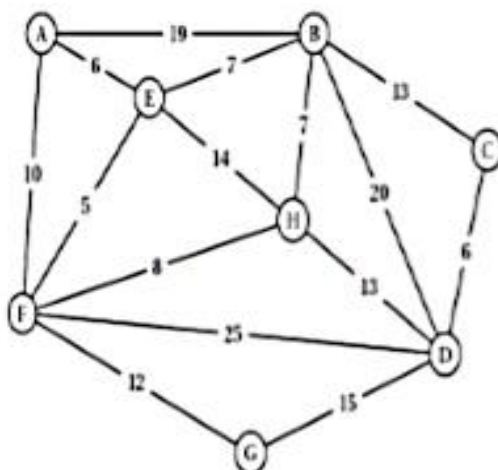
L'entreprise **Le Génie de Brazza** a gagné le projet d'électrification des villages de l'arrondissement de Nyanon. A cet effet, huit villages ont été sélectionnés pour la première phase du projet. La situation géographique est représentée par le graphe ci-dessous. Les sommets A, B, C, D, E, F, G et H représentent les différents villages sélectionnés. Les arêtes représentent le réseau routier reliant ces villages. Les arêtes sont pondérées par les distances entre les villages en kilomètres. Le prix d'un rouleau de 500 m de fils de courant électrique coûte 500 000 F CFA. M. Samen, consultant dans cette entreprise est chargé de proposer un graphe permettant de connecter tous ses villages avec le moins de câble possible.

M. Samen ayant fini le projet d'électrification à 22H30 se trouve au village D et doit rejoindre le village A en moto pour emprunter une voiture pour Douala. Etant donné l'heure tardive, le seul moto taximan volontaire à l'accompagner lui propose de payer 500 Frs par Km de route.

M. Yamen, cultivateur de cacao, rencontre M. Samen pour s'enquérir du prix de vente du kilogramme de cacao en janvier 2022 à Douala. Malheureusement, il n'a pas la bonne information. Néanmoins il ouvre son téléphone Android et lis un fichier qui lui présente l'évolution du prix du kilogramme de cacao de 2000 à 2005 comme indiqué dans le tableau suivant :

Année (x_i)	2000	2001	2002	2003	2004	2005
Prix d'un kg (y_i) en FCFA	400	460	520	560	640	720

Pour sa récolte, il compte vendre 300 kg de cacao en 2022 pour et utiliser la totalité de ce montant pour payer la pension de son fils qui s'élève à 500 000 FCFA dès septembre 2022 à l'IUG.



Tâches :

- 1) Quel est le montant minimal que doit déboursier **Le génie de Brazza** pour l'achat du fil courant ?
- 2) Quel est le montant minimal que doit déboursier M. Samen pour rejoindre le village A ? 2,25 pts
- 3) Le montant total de la vente qu'effectuera M. Yamen en 2022 lui permettra-t-il de payer la pension de son fils ? 2,25 pts