MINISTERE DES ENSEIGNEMENTS SECONDAIRES		LYCEE D'AFANOYOA		Année scolaire : 2021/2022	
Examen : Baccalauréat blanc	**Epreuve de :** MATHEMATIQUES		**Classe :** $Tle\ C$	**Durée** : 4h	**Coefficient : 7**

I – EVALUATION DES RESSOURCES :

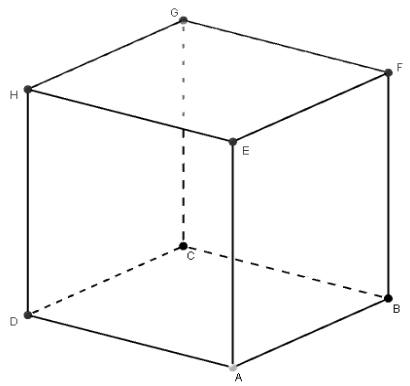
Exercice 1: (10 pts)

I - On considère l'endomorphisme f d'espace vectoriel E qui a tout vecteur $\vec{u}(x\,;y\,;z)$ associe le vecteur $f(\vec{u}) = \vec{u}'(x';y';z')$ dans la base orthonormée $B = (\vec{\imath}\,;\,\vec{\jmath}\,;\,\vec{k}\,)$ tel que $\begin{cases} x' = 2x - y + z \\ y' = x - y \\ z' = y + z \end{cases}$.

1. Démontrer que l'ensemble $F = \{\vec{u} \in E\ tel\ que\ f(\vec{u}) = \vec{u}\}$ est un espace vectoriel dont on précisera une base et la dimension. **(1,5 pt)**
2. Démontrer que f n'est pas bijective. **(1 pt)**
3. Démontrer que $\mathrm{Im}(f)$ est un plan vectorielle ont on précisera une équation cartésienne. **(1,5 pt)**

II - On considère les plans (P): $x - 2y - z + 1 = 0$ et (P') : $x + y - z = 0$.

1. Déterminer l'expression analytique de la réflexion $S_{(P)}$ de plan (P). **(2 pts)**
2. Déterminer la nature et les éléments caractéristiques de la composée $S_{(P)} \circ S_{(P')}$. **(1 pt)**
3. En déduire l'expression analytique de $S_{(P)} \circ S_{(P')}$. **(2 pts)**
4. Déterminer la nature et les éléments caractéristiques des composées $S_{(ADE)} \circ S_{(HGF)}\ et\ S_{(AB)} \circ S_{(DC)}$. **(1 pt)**



Exercice 2 : (14 pts)

Partie A : (09 pts)

Soient les fonctions $f\ et\ h$ définies sur $]0\,;\,+\infty[$ par $f(x) = \frac{1+2\ln(x)}{x^2}$, $et\ h(x) = \frac{1}{x}$. On désigne par $(C_f)\ et\ (C_h)$ leurs courbes représentatives.

1. On considère la fonction g définie sur $]0\,;\,+\infty[$ par $g(x) = 1 - x + 2\ln(x)$.
   a) Dresser le tableau de variation de g. **(1,5 pt)**
   b) En déduire que l' équation $g(x) = 0$ admet une autre solution notée $\alpha \in\ ]3{,}5\,;3{,}6[$. **(0,5 pt)**
   c) Déduire le signe de g. **(0,5 pt)**
2. Montrer que $f(\alpha) = \frac{1}{\alpha}$ et donner une valeur approchée de $f(\alpha)$ a 10^{-1} près. **(0,75 pt)**
3. Montrer que pour tout $x > 0$, $f(x) - h(x) = \frac{g(x)}{x^2}$ et déduire les positions relatives de $(C_f)\ et\ (C_h)$. **(0,75 pt)**
4. Déterminer les limites de f en $0\ et + \infty$ puis donner une interprétation géométrique des résultats. **(1 pt)**
5. Dresser le tableau de variation de f. **(1,5 pt)**
6. Tracer les courbes $(C_f)\ et\ (C_h)$ dans un même repère orthonormé $(O,\ \vec{\imath}\,;\,\vec{\jmath}\,)$. On prendra 2 cm comme unité sur les axes du repère. **(2 pts)**

<u>Partie B :</u> (5 pts)

Soit le domaine D du plan défini par l'ensemble des points $M(x\,;y)$ $tels$: $\begin{cases} 1 \leq x \leq \alpha \\ h(x) \leq y \leq f(x) \end{cases}$.

1. Déterminer à l'aide d'une intégration par partie une primitive de la fonction $k(x) = \frac{g(x)}{x^2}$. On pourra poser $u'(x) = \frac{1}{x^2}$ et $v(x) = g(x)$. **(1 pt)**
2. Représenter le domaine D et calculer l'aire $A(\alpha)$ du domaine D. **(1,5 pt)**
3. Soit la suite (I_n) définie pour tout entier naturel non nul n par $I_n = \int_n^{n+1} f(x)\,dx$.
   a) Justifier que pour tout $x \geq 4$, $f(x) - h(x) < 0$. **(0,25 pt)**
   b) En déduire que pour tout $n \geq 4$, $0 \leq I_n \leq \ln(\frac{n+1}{n})$. **(0,75 pt)**
   c) Déterminer la limite de I_n et déduire que (I_n) est convergente. **(0,75 pt)**
   d) Exprimer $S_n = I_1 + I_2 + \cdots + I_n$ en fonction de n. On pourra remarquer que $f(x) = \frac{g(x)}{x^2} + h(x)$. **(0,75 pt)**

<u>Exercice 3 :</u> (6 pts)

Le plan complexe est muni du repère orthonormé $(O, \overrightarrow{e_1}\,; \overrightarrow{e_2})$. Soit $M(x\,;y)$ et $Z = x + iy$ son affixe dans le plan complexe. On pose $f(Z) = \frac{Z^5 - Z}{Z^3 - Z}$ et on considère les points M' et M'' d'affixes Z^3 et Z^5 respectives.

1. Déterminer la nature et les éléments caractéristiques (centre, foyers, excentricité, sommets, axe focal) de l'ensemble des points M du plan tel que $f(Z)$ soit un imaginaire pur. **(2 pts)**
2. Déterminer tous les points M de coordonnées entières tels que $f(Z) = 4 - 4i$. **(2 pts)**
3. Montrer que si le point M appartient aux axes du repère alors, les points M, M' et M'' sont alignés. **(2 pts)**

II - <u>EVALUATION DES COMPETENCES :</u> (09 pts)

En économie, on définit le coût marginal, dépense marginale et bénéfice marginal en fonction de la quantité produite comme étant la dérivée du coût total, dépense totale ou bénéfice total correspondante à cette production. KARL hérite de l'entreprise de production de fèves cacao de son père et veut produire 1000 tonnes de fèves de cacao. En fouillant les archives de l'entreprise, il constate que son père avait commencé avec un capital de 1 million pour une production d'environ égale a $\ln(40)$ tonnes de fèves et le coût marginal $C_m(Q)$ et le coût total $C_T(Q)$ exprimés en millions de FCFA et pour une production Q exprimée en tonnes sont liés par la relation $C_m(Q) = \frac{1}{100} C_T(Q)$.

Une étude comparative sur 6 ans entre la dépense effectuée et les bénéfices réalisés chaque année a conduit aux résultats confinés dans le tableau ci-dessous :

Dépenses (en millions de FCFA)	1	3	5	7	9	11
Bénéfices (en million de FCFA)	1,5	3,5	6	8	10,5	13,5

Karl veut faire une dépense de 20 millions de FCFA et souhaite avoir une estimation de son bénéfice en fin d'année. Il présente ces données à un ingénieur statisticien qui affirme qu'il existe une très bonne corrélation linéaire entre les dépenses et les bénéfices et lui propose une estimation par la méthode des moindres carrés de son bénéfice.

Taches :

1. Déterminer le coût total pour la réalisation du projet de KARL. **(3 pts)**
2. Vérifier par des calculs la parfaite corrélation linéaire entre les dépenses et les bénéfices réalisés. **(3 pts)**
3. Donner une estimation du bénéfice à réaliser par la méthode proposée par l'ingénieur. **(3 pts)**

<u>Présentation :</u> **(1 pt)**

<u>Proposé par :</u> TCHOMTE – FONKOUA Serge