

Epreuve de Mathématiques
Examinatrice : M. TEBAYA AMBROISE

EVALUATION DES RESSOURCES/

(15,5 points)

Exercice 1 / **(05 points)**

1. Calculer $(\sqrt{3} - \sqrt{2})^2$ 0,5pt
2. On considère l'équation (E): $4x^2 + 2(\sqrt{3} + \sqrt{2})x + \sqrt{6} = 0$ et l'inéquation (I): $4x^2 + 2(\sqrt{3} + \sqrt{2})x + \sqrt{6} > 0$
 - a. Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation (E). 1pt
 - b. En déduire dans $\mathbb{R}$ les solutions de l'inéquation (I) 0,75pt
3. On considère l'équation (E'): $-4\sin^2 x + 2(\sqrt{3} + \sqrt{2})\cos x + \sqrt{6} + 4 = 0$ et l'inéquation (I'): $-4\sin^2 x + 2(\sqrt{3} + \sqrt{2})\cos x + \sqrt{6} + 4 > 0$
 - a. En déduire dans l'intervalle $[0 ; 2\pi]$ les solutions de l'équation (E'). 1,25pt
 - b. En déduire dans $[0 ; 2\pi]$ les solutions de l'inéquation (I'). 0,75pt
4. a. Placer les images des solutions de (E') sur le cercle trigonométrique. 0,5pt
b. Quelle est la nature du polygone obtenu ? 0,25pt

Exercice 2 / **(05,5 points)**

Le plan est muni d'un repère orthonormé $(O; I; J)$. Soient f et g deux fonctions définies par:

$$f: [-1; +\infty[\rightarrow [-2; +\infty[\quad \text{et} \quad g: \mathbb{R} - \{-2\} \rightarrow \mathbb{R}$$

$$x \rightarrow x^2 + 2x - 1 \quad \quad \quad x \rightarrow \frac{2x+3}{x+2}$$

1. a. Ecrire $f(x)$ sous forme canonique. 0,5pt
b. Montrer que f admet un minimum et préciser la valeur en laquelle ce minimum est atteint. 0,5pt
2. a. Montrer que f est une application bijective et expliciter sa bijection réciproque. 1pt
b. Déterminer les ensembles de définition des fonctions $f \circ g$ et $g \circ f$ 1pt
c. Expliciter $(f \circ g)(x)$ et $(g \circ f)(x)$ 1pt
3. Dire parmi les applications suivantes, celle qui est injective, surjective ou bijective. 1pt

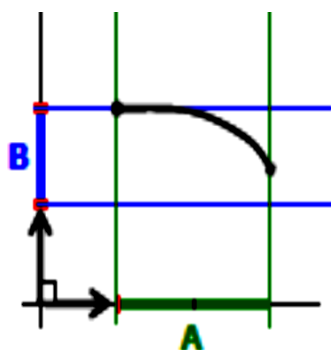


Fig. a

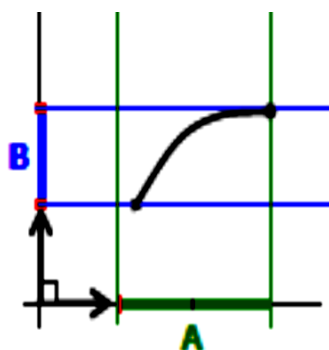


Fig. b

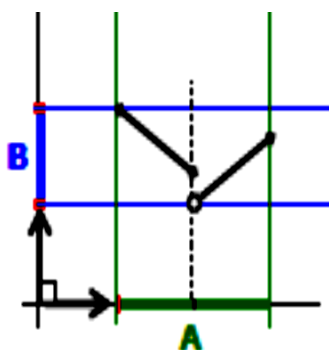


Fig. c

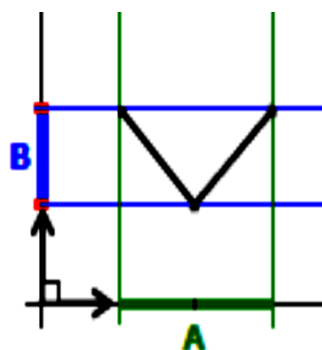
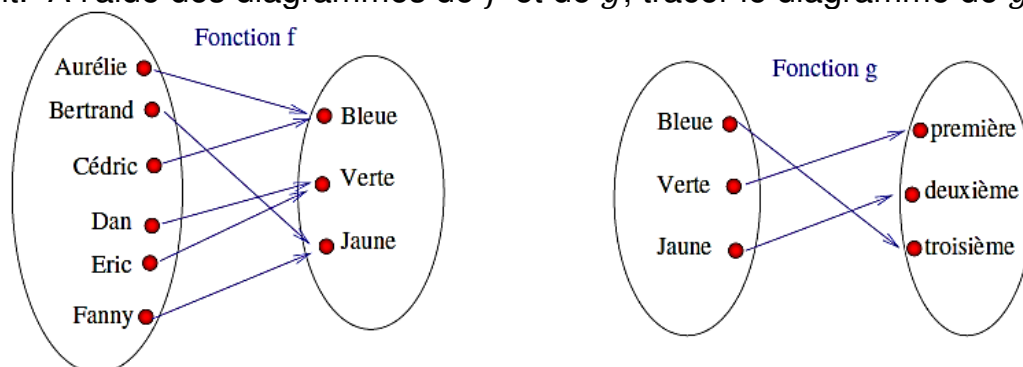


Fig. d

4. Soit A l'ensemble des prénoms d'un groupe d'amis qui participent à un tournoi sportif.
Soit B la couleur des équipes et C le classement à l'issue des matches.

On appelle f la fonction qui à chaque personne fait correspondre la couleur de son équipe. On appelle g la fonction qui à chaque équipe fait correspondre son classement. $g \circ f$ sera donc la fonction qui à chaque personne fait correspondre son classement. A l'aide des diagrammes de f et de g , tracer le diagramme de $g \circ f$. **1pt**



Exercice 3 / (05 points)

L'unité de longueur est le centimètre. ABC est un triangle tel que $AB = AC = 5$ et $BC = 6$. I est le milieu de $[BC]$ et G le centre de gravité du triangle ABC .

1. a. Faire une figure. **0,5pt**
 b. Démontrer que G est le barycentre des points pondérés $(A ; 1)$ et $(I ; 2)$. **0,5pt**
2. a. Calculer les longueurs : AI , GA et GI . **1pt**
 b. Démontrer que pour tout point M du plan : $MA^2 + 2MI^2 = 3MG^2 + \frac{32}{3}$ **0,75pt**
 c. Déterminer l'ensemble (E) des points M du plan tels que : $MA^2 + 2MI^2 = 32$. **1pt**
3. Soit (F) l'ensemble des points M du plan tels que : $\overrightarrow{MA} \cdot \overrightarrow{MI} - MA^2 = 0$. **0,75pt**
 a. Déterminer (F) . **0,5pt**
 b. Donner la position relative de (E) et (F) .

PARTIE B : EVALUATION DES COMPETENCES/

(04,5 points)

M. IKSE possède un champ composé de deux carrés $ABCD$ et $CEFG$ et d'un triangle BCE rectangle en B .

En faisant des marches d'inspections sur son champ, M. IKSE trouve un bloc de marbre de forme parallélépipédique de 32 cm de long, 10 cm de profondeur et de 6 cm de hauteur. Il apporte ce bloc de marbre à un atelier de menuiserie où il souhaite récupérer le « cœur » de ce bloc pour en faire un objet de décoration. Pour se faire, on rabote chaque côté de ce pavé droit d'une épaisseur de $x \text{ cm}$.

A côté de l'atelier de cette menuiserie se trouve un carrefour de quatre routes perpendiculaires assimilé à un plan muni du repère orthogonal dont l'origine est le carrefour. Un taximan ramène M. IKSE chez lui où il parcourt l'une de ces routes serpentinees assimilée à la courbe de la fonction numérique f de la variable réelle x définie par $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx$ où a, b et c sont des réels.

1. Déterminer la valeur de la longueur x du côté $[BE]$ du triangle BCE afin que l'aire totale du champ soit de 200 m^2 **1,5pt**
2. Pour quelle valeur de x , le volume de la partie rabotée est égale au volume du « cœur » de cette pièce. **1,5pt**
3. Déterminer l'expression de l'équation de la trajectoire de cette route lorsque ce taximan rencontre trois nids de poules (trous) en des points $A(-2; 6)$, $B(-1; 4)$ et $C(\frac{1}{2}; -\frac{7}{8})$ de cette route. **1,5pt**

