COLLEGE DE MAZENOD			
DÉPARTEMENT DE MATHÉMATIQUES			
Deuxième Évaluation	Classe : P^{ère}D	Année scolaire 2022-2023	Date : 22/11/2022
Épreuve de mathématiques	Durée : 3h	Coef : 4	

PARTIEA : EVALUATION DES RESSOURCES/15 points

EXERCICE 1 : (5points)

1. a) Vérifier que : $\sqrt{3+2\sqrt{2}} = 1+\sqrt{2}$. **0.25pt**

b) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation : $2x^2 + (1-\sqrt{2})x - \frac{\sqrt{2}}{2} = 0$. **0.5pt**

c) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'inéquation : $2x^2 + (1-\sqrt{2})x - \frac{\sqrt{2}}{2} > 0$. **0.5pt**

2. a) Déduire de la question 1.b la résolution dans $\mathbb{R}$ de l'équation :

$2\cos^2 x + (1-\sqrt{2})cosx - \frac{\sqrt{2}}{2} = 0$. **1pt**

b) Représenter sur le cercle trigonométrique les images des solutions de cette équation. **1pt**

c) Calculer l'aire du polygone formé par les points images de ses solutions. **0.75pt**

3. Déduire de la question 1.c la résolution dans l'intervalle $]-\pi;\pi]$ de l'inéquation :

$-2\cos^2 x - (1-\sqrt{2})cosx + \frac{\sqrt{2}}{2} \geq 0$. **1pt**

EXERCICE 2 : (3 points)

1. Dans une classe de 40 élèves, on relève les données suivantes :

Il y a 16 filles parmi lesquelles 12 apprennent l'anglais et 6 apprennent l'arabe ; 26 élèves suivent les cours d'anglais, 17 suivent les cours d'arabe, 7 suivent les deux cours. 2 garçons ne suivent aucun de ces deux cours.

a) Déterminer le nombre de filles de cette classe qui suivent les deux cours de langue. **0.75pt**

b) Déterminer le nombre de filles qui ne suivent aucune de ses deux matières. **0.75pt**

2. on lance un dé rouge et un dé vert, chacun d'eux ayant ses faces numérotées de 1 à 6. Le résultat d'un lancer est le couple de nombres apparaissant sur la face supérieure de chaque dé.

a) combien y a-t-il de résultats possibles ? **0.75pt**

b) Combien y a-t-il de résultats pour lesquels la somme des deux nombres est supérieure ou égale à 9 ? **0.75pt**

EXERCICE 3 : (3.25 points)

1. On donne le polynôme $P(x) = x^3 - 5x^2 + 2x + 8$.

a) Calculer $P(-1)$. **0.25pt**

b) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $P(x) = 0$. **0.75pt**

2. a) Résoudre dans $\mathbb{R}^3$ par la méthode du pivot de Gauss, le système (S) suivant :

$$(S)\begin{cases} x+5y-3z=2 \\ 4x-2y-z=8 \\ -x+3y-2z=-4 \end{cases}.$$ **0.75pt**

http://sujetexa.com

b) En-déduire les solutions du système suivant: $\begin{cases} |x|+5|y|-3|z|=2 \\ 4|x|-2|y|-|z|=8 \\ -|x|+3|y|-2|z|=-4 \end{cases}$ **1.5pt**

EXERCICE 4 : (3.75 points)

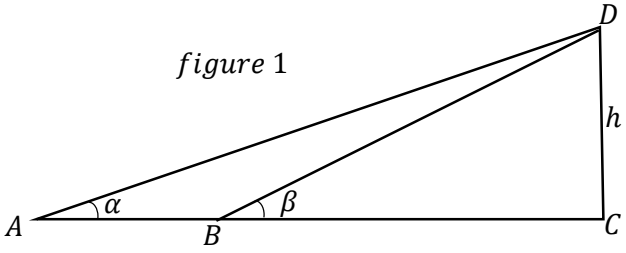
1. Résoudre dans $[-\pi;\pi]$ l'équation : $cos2x = sinx$ **1pt**
2. Calculer $\sin(2\alpha)$ sachant que $cos\alpha = -\frac{3}{5}$ et $\alpha \in [\pi;\frac{3\pi}{2}]$. **0.5pt**
3. a) Exprimer $cos3x$ et $sin3x$ en fonction de $cosx$ et $sinx$. **0.5pt**
   b) Démontrer l'égalité : $\frac{sin3x}{sinx} - \frac{cos3x}{cosx} = 2$. **0.75pt**
4. soit x un réel tel que $x \neq k\pi,\ k \in \mathbb{Z}$. Démontrer que $\cos(x)\cos(2x)\cos(4x) = \frac{sin(8x)}{8sinx}$. **1pt**

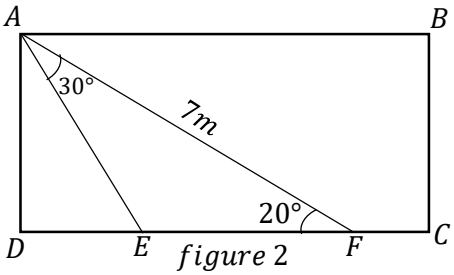
PARTIEB : EVALUATION DES COMPETENCES/4.5 points

Un topographe veut mesurer la hauteur h d'une colline. Pour cela, il dispose d'un théodolite, instrument permettant de mesurer un angle. Il effectue deux mesures aux points A et B tels que $AB = 10m$ et obtient les mesures des angles α et β de la figure 1 : $mes(\alpha) = 27°$ et $mes(\beta) = 27°$.

Cette appareil fonctionne avec une batterie dont la charge dépend de la tension U, en volts, qui lui est appliquée et qui est fonction du temps t, en secondes. On admet que $U(t) = 2\sqrt{2}\sin(2t + \frac{\pi}{2})$ et que la charge n'a lieu que si la tension est supérieure à $12V$.

Au sommet de cette colline, on a installé un détecteur de mouvement relié à un système d'alarme. Le dessin ci-dessous (figure 2) représente le plancher de la pièce. La surface ombragée à l'intérieur du triangle AEF représente la zone où le détecteur est sensible aux mouvements. Si une souris pénètre dans le triangle AEF, le système d'alarme est déclenché.





Tâches :

1. Déterminer la hauteur h de la colline. **1.5pt**
2. Déterminer l'intervalle de temps contenu dans $[0\,;2\pi]$ durant lequel la charge s'effectue. **1.5pt**
3. Quelle est, au dixième de m^2 près, l'aire de la région où la souris peut déclencher le système d'alarme? **1.5pt**

Présentation : **0.5pt**

Examinateur : M. NOUMSSI

http://sujetexa.com