République du Cameroun	Paix-Travail-Patrie	MINESEC
Année scolaire : 2019 - 2020	Lycée de MEYILA	Département de Mathématiques

Evaluation N° 4 : Épreuve de Mathématiques

Classe : Terminale A	Durée : 03 heures	Coefficient : 03	Examinateur : Hilaire TOUYEM

Consignes :
Répondez clairement aux questions qui vous sont posées. La qualité de la rédaction, la clarté dans le raisonnement et la présentation de la copie seront prises en compte par le correcteur lors de l'évaluation de la copie du candidat.

Exercice 1 .... [7 points]

(1) Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations $x^2 + 5x - 24 = 0$ et $2x^2 - 7x - 4 = 0$. **[1 pt]**

(2) En déduire la résolution dans $\mathbb{R}$ des équations et inéquations suivantes **[2.5 pts]**

a. $(\ln x)^2 + 5\ln x - 24 = 0$ b. $2e^{2x} - 7e^x - 4 = 0$
c. $(\ln x)^2 + 5\ln x - 24 > 0$ d. $2e^{2x} - 7e^x - 4 \leq 0$

(3) On considère les systèmes :

$$(S_1) : \begin{cases} x + 3y = 9 \\ 2x - y = 4 \end{cases} \qquad (S_2) : \begin{cases} \ln(x-2) + 3\ln(y-1) = 9 \\ 2\ln(x-2) - \ln(y-1) = 4 \end{cases}$$

(a) Résoudre dans $\mathbb{R}^2$ le système (S_1). **[1 pt]**

(b) En déduire les solutions dans $\mathbb{R}^2$ du système (S_2). **[1 pt]**

(4) Résoudre dans $\mathbb{R}$ les inéquations suivantes : **[1.5pts]**
$(I_1) : \ln(x+3) + \ln(x-4) \leq 3\ln 2 \quad (I_2) : e^{1-x} - 2 \geq 0$

Exercice 2 .... [4 points]

On considère les fonctions f et g définies sur $\mathbb{R}$ respectivement par : $f(x) = \dfrac{1}{2x-5}$ et $g(x) = x + e^{-x}$.

(1) Déterminer les primitives sur $\mathbb{R}$ de la fonction g. **[1 pt]**

(2) Déterminer la primitive sur $\left]-\infty; \dfrac{5}{2}\right[$ de la fonction f qui prend la valeur -2 en 2. **[1 pt]**

(3) (a) Calculer la limite de g en $+\infty$. **[1 pt]**

(b) Pour tout $x \in \mathbb{R}$, vérifier que $g(x) = x\left(1 + \dfrac{1}{xe^x}\right)$.

(c) En déduire la limite de g en $-\infty$. **[1 pt]**

Problème .... [09 points]

Le plan est muni du repère orthonormé (O, I, J). On considère la fonction g définie sur $]0; +\infty[$ par :

$$g(x) = 2x - 3\ln x \quad \text{et} \quad (\mathcal{C}_g) \quad \text{sa coube représentative.}$$

(1) (a) Calculer la limite de g à droite de 0 et donner une interprétation graphique. **[0.5 pt]**

(b) Vérifier que pour tout $x \in]0; +\infty[$, $g(x) = x\left(2 - \frac{3\ln x}{x}\right)$. **[0.25 pt]**

(c) En déduire la limite de g en $+\infty$. (On rappel que $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{\ln x}{x} = 0$.) **[0.5 pt]**

(2) (a) Montrer que pour tout $x \in]0; +\infty[$, $g'(x) = \dfrac{2x-3}{x}$. **[1 pt]**

(b) En déduire les variations de g, puis dresser son tableau de variation. **[1.25 pts]**

(3) (a) Donner une équation cartésienne de la tangente (T) à $(\mathcal{C}_g)$ au point d'abscisse $x_0 = 3$. **[1 pt]**

(b) Completer le tableau des valeurs suivant : **[1.5 pts]**

x	0.2	0.5	1	2	3	5
$g(x)$						

(4) Construire (T) et $(\mathcal{C}_g)$. **[2 pts]**

(5) Soit h la fonction définie sur $]0; +\infty[$ par $h(x) = x^2 + 3x - 3x\ln x$.

(a) Montrer que $h'x) = g(x)$ pour tout $x \in]0; +\infty[$. **[0.5pt]**

(b) En déduire une primitive de g sur $]0; +\infty[$. **[0.5 pt]**

« Après le pain, l'éducation est le premier besoin d'un peuple » Affirmait Danton