EPREUVE DE MATHÉMATIQUES

EXERCICE 1 : 6 points

Soit P le polynôme défini par $P(x) = 2x^3 - x^2 - 5x - 2$.

- 1) Calculer $P(-1)$ et conclure. **0,5pt**
- 2) Déterminer les réels a, b et c tels que pour tout réel $x, P(x) = (x + 1)(ax^2 + bx + c)$. **1,5pt**
- 3) Résoudre dans $\mathbb{R}$, l'équation $P(x) = 0$. **1,5pt**
- 4) Dédire la résolution dans $\mathbb{R}$ des équations suivantes :
 - a) $2(\ln x)^3 - \ln^2 x - 5\ln x - 2 = 0$. **1pt**
 - b) $2e^{2x} - e^x - 5 - 2e^{-x} = 0$. **1,5pt**

EXERCICE 2 : 4 points

1) Résoudre dans $\mathbb{R}^3$ par la méthode du pivot de GAUSS le système suivant :

$$(S): \begin{cases} x + y + z = 45 \\ 2x + y + 3z = 93 \\ 2x + 3y + 1,5z = 96 \end{cases} \quad \text{2pts}$$

2) En déduire la résolution dans $\mathbb{R}^3$ des systèmes suivants :

$$(S_1): \begin{cases} \ln x + \ln y + \ln z = 45 \\ 2\ln x + \ln y + 3\ln z = 93 \\ 2\ln x + 3\ln y + 1,5\ln z = 96 \end{cases} ; \quad (S_2): \begin{cases} e^x + e^y + e^z = 45 \\ 2e^x + e^y + 3e^z = 93 \\ 2e^x + 3e^y + 1,5e^z = 96 \end{cases} \quad \text{1ptx2= 2pts}$$

PROBLEME: 10 points

Soit f la fonction définie sur l'intervalle $]0; +\infty[$ par $f(x) = \ln x + \ln(x + 1)$. On note (C) sa courbe représentative dans le plan rapporté à un repère orthonormé $(0, I, J)$ d'unité graphique $1cm$.

- 1) (a) Calculer $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$. **0,5pt**
 (b) Quelle interprétation graphique peut-on déduire pour la courbe (C) ? **0,5pt**
 (c) Calculer $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$. **0,5pt**
- 2) On note f' la fonction dérivée de la fonction f . Montrer que $f'(x) = \frac{2x+1}{x(x+1)}$. **1pt**
- 3) (a) Etudier, pour tout x de l'intervalle $]0; +\infty[$, le signe de $f'(x)$. **0,5pt**
 (b) En déduire le tableau de variations de f sur l'intervalle $]0; +\infty[$. **1pt**

4) Recopier et compléter le tableau suivant : (les valeurs de $f(x)$ seront arrondies à 10^{-1} près). **1,5pt**

x	0,1	0,5	1	2	4
$f(x)$			0,7		

- 5) Tracer la courbe (C) dans le repère $(0, I, J)$. **1,5pt**
- 6) Résoudre dans $]0; +\infty[$ l'équation $f(x) = 0$. (On vérifiera que $f(x)$ s'écrit sous la forme $f(x) = \ln[x(x + 1)]$ et on donnera la valeur exacte de la solution). **1,5pt**
- 7) Montrer que la fonction F définie sur $]0; +\infty[$ par $F(x) = x \ln x + (x + 1) \ln(x + 1) - 2x$ est une primitive de f sur l'intervalle $]0; +\infty[$. **1,5pt**

Examineur : HAMADOU GAGA

Good work !!!