COLLÈGE F-X. VOGT		Année scolaire 2022-2023
Département de Mathématiques	**Baccalauréat blanc N°1**	Date : 04/2023

EPREUVE DE MATHEMATIQUES

Série : D **Durée : 4 heures** **Coefficient: 4**

Partie A : ÉVALUATION DES RESSOURCES (15 POINTS)

Exercice 1: (5 points)

Les deux parties sont indépendantes.

A/ Une urne contient dix boules indiscernables au toucher dont cinq vertes, trois rouges et deux jaunes. On tire au hasard et simultanément trois boules de cette urne.

1) On considère les évènements: A : « Les boules tirées sont vertes », B : « Les boules tirées sont de la même couleur » et C : « Les boules tirées sont chacune d'une couleur différente. »
Calculer les probabilités p(A), p(B), et p(C). ***1,25pt***

2) A chaque tirage, on associe le nombre X de couleurs obtenues.
a) Déterminer l'ensemble des valeurs prises par X. ***0,5pt***
b) Déterminer la loi de probabilité de X. ***0,75pt***
c) Calculer l'espérance mathématique de X. ***0,25pt***

B/ L'objectif de cette partie est de résoudre l'équation différentielle **(1)** : $y' - 2y = xe^x$.

1) Déterminer les réels a et b pour que la fonction f définie par $f(x) = (ax + b)e^x$ soit solution de l'équation différentielle (1). ***0,5pt***

2) Donner l'ensemble des solutions de l'équation différentielle **(2)** : $y' - 2y = 0$. ***0,5pt***

3) a) Montrer qu'une fonction h est solution de (1) si et seulement si la fonction $h - f$ est solution de (2). ***0,5pt***
b) En déduire l'ensemble des solutions de (1). ***0,5pt***

4) Déterminer la solution de l'équation (1) qui s'annule en 0. ***0,25pt***

Exercice 2: (6 points)

Les deux parties sont indépendantes.

A/ On considère la fonction g définie sur $\mathbb{R}$ par $g(x) = 2e^x - x - 2$.

1) Calculer les limites de g en $-\infty$ et en $+\infty$. ***0,5pt***

2) Calculer la dérivée g' de g et dresser son tableau de variation. ***0,75pt***

3) a) Montrer que l'équation $g(x) = 0$ admet exactement deux solutions réelles dont l'une est 0 et l'autre, notée α, est telle que $-1{,}6 < \alpha < -1{,}5$. ***0,75pt***
b) En déduire le signe de g sur $\mathbb{R}$. ***0,5pt***

B/ On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = e^{2x} - (x + 1)e^x$. On note C_f la courbe représentative de f dans le plan muni d'un repère orthonormal (O, I, J), unité 2 cm sur les axes.

1) Calculer les limites de f en $-\infty$ et en $+\infty$. ***0,5pt***

2) Calculer la dérivée f' de f et en utilisant la partie A, dresser le tableau de variation de f. ***0,75pt***

3) Montrer que $f(\alpha) = -\frac{\alpha^2+2\alpha}{4}$ et en déduire un encadrement de $f(\alpha)$ en utilisant l'encadrement de α obtenu à la troisième question de la partie A. ***0,75pt***

4) Représenter graphiquement la courbe de f après avoir étudier les branches infinies de f. *0,75pt*

5) Calculer en centimètre carré, l'aire du domaine plan limité par (Cf), l'axe des abscisses et les droites $x = 0$ et $x = 1$. *0,75pt*

Exercice 3 : (4 points)

Les deux parties sont indépendantes.

A/ (u_n) et (v_n) sont deux suites numériques. On admet que (v_n) est une suite géométrique de premier terme $v_1 = 6$, de raison $\frac{1}{2}$ et telle que $u_n = v_n + 2n + 1$ avec $n \geq 1$.

On pose $S_n = u_1 + u_2 + u_3 + \cdots + u_n$ et $T_n = v_1 + v_2 + v_3 + \cdots + v_n$.

1) Déterminer en fonction de n, l'expression de u_n. *0,75pt*
2) Exprimer T_n en fonction de n, puis étudier la convergence de la suite (T_n). *0,75pt*
3) Calculer en fonction de n, la somme S_n puis étudier sa convergence. *0,5pt*

B/ Le plan orienté étant rapporté d'un repère orthonormé direct $(O, \vec{i}; \vec{j})$. Unité sur les axes 2cm.

1) a) Placer dans le plan complexe les points A$(2 + i)$, B$(1 + 2i)$ et C$(3 + 2i)$. *0,5pt*
   b) Montrer que le triangle ABC est rectangle et isocèle en A. *0,5pt*
2) Soit r la rotation de centre A qui transforme B en C.
   a) Déterminer en radians la mesure principale de l'angle de r. *0,5pt*
   b) Donner une écriture complexe de r. *0,5pt*

PARTIE B : ÉVALUATION DES COMPÉTENCES (5 POINTS)

Situations :

Kano est un élève en classe de terminale TI dans un collège de la ville. Voici les notes obtenues par ses camarades en mathématiques et en SI. On note x_i les notes de mathématiques et y_j celles de SI.

x_i	9	12	5	6	9	14	3	6	12	10	9	10	6	12	5
y_j	10	13	8	5	8	17	6	8	10	10	13	10	5	10	5

Son chef de classe affirme que les élèves forts en maths le sont aussi en SI, Kano veut une justification de cette affirmation et veut utiliser son cours de statistiques. Il se rappelle qu'il faut calculer un élément et faire une comparaison avec 1 pour une justification plus claire.

Pendant les congés, Kano accompagne son père électricien pour électrifier tous les carrefours de son quartier. Les lettres du tableau ci-dessous désignent les noms des carrefours de son quartier et les chiffres, les distances en kilomètre entre deux carrefours.

A-B	A-C	B-C	B-E	B-D	C-D	C-E	C-F	D-E	D-G	D-F	E-F	F-G
2	1	2	3	1	4	3	5	3	5	6	1	2

Le père de Kano voudrait ressortir le plan de câblage optimal pour électrifier tous les carrefours de ce quartier et demande à son fils de l'aider.

Le père de Kano dispose de 500 000 FCFA et d'un terrain dont-il voudrait sécuriser. Cependant ce terrain est limité dans un repère orthonormé d'unité graphique 3 hectares par la courbe de la fonction f définie par $f(x) = \frac{1+lnx}{x}$, l'axe des abscisses et les droites d'équations $x = e^{-1}$ et $x = 1$. Les techniciens lui demandent 120 000 FCFA par hectare pour sécuriser le terrain.

Tâches :

1) Aide Kano à justifier clairement l'affirmation du chef de classe. *1,5pt*
2) Aide Kano à ressortir ce plan et la distance minimale à parcourir. *1,5pt*
3) Aide le père de Kano à savoir s'il pourra sécuriser tout son terrain. *1,5pt*

Présentation : *0,5pt*