| | |
|---|---|
| MINESEC | 28 MARS 2023 |
| COLLEGE NGOUNOU | BAC BLANC N°2 |
| BP : 9537 Bonabéri | Classe de Tle C |
| Département de Mathématiques | 4 heures - Coef : 7 |

## A. EVALUATION DES RESSOURCES : 30 points

### EXERCICE 1 : (10 points)

**Partie 1 : 5 points**

Soient les intégrales : $I = \int_1^2 \frac{1}{e^{2t}-1}dt$ ; $J = \int_1^2 \frac{e^t}{e^{2t}-1}dt$ et $K = \int_{-1}^1 \frac{2t^5}{1-t^4}dt$.

1. Montrer que $K = 0$. 0,5pt
2. Justifier les égalités suivantes : $a)\ e^{2t} - 1 = (e^t - 1)(e^t + 1)$ ; 1,5pt

   $b)\ \frac{1}{e^t+1} = 1 - \frac{e^t}{e^t+1}$ et $c)\ \frac{1}{e^t-1} = -1 + \frac{e^t}{e^t-1}$.
3. Calculer les valeurs exactes de : $J + I$ et $-I$ . 2pts
4. Déduire les valeurs exactes de $I$ et $J$ . 1pt

**Partie 2 : 5 points**

$(u_n)$ est la suite définie par : $u_0 = e^2$ et $u_{n+1} = \sqrt{u_n e^{-1}}$.

1. Calculer $u_1$ et $u_2$ (*on donnera les résultats sous la forme* $e^r$ *où* $r \in \mathbb{Q}$ ). 1pt
2. $(V_n)$ est la suite définie par : $V_n = \frac{1}{2}(1 + \ln u_n)$. Démontrer que $(V_n)$ est une suite géométrique et donner sa raison et son premier terme. 2pts
3. Exprimer $u_n$ en fonction de $n$ et calculer la limite de $(u_n)$. 2pts

### EXERCICE 2 : (11 points)

**Partie 1 : 3 points**

On muni l'espace $\mathcal{E}$ d'un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$.

Soit $A(-2; 1; 1)$ un point et $\vec{n} = \vec{i} - 2\vec{j} + 3\vec{k}$ un vecteur de $\mathcal{E}$.

1. Déterminer l'équation cartésienne du plan $(\mathcal{P})$ qui contient le point $A$ et dont $\vec{n}$ est un vecteur normal. 1pt
2. Donner l'expression analytique de la réflexion de plan $(\mathcal{P})$. 2pts

**Partie 2 : 8 points**

$f$ est la fonction définie sur $[0; 2\pi]$ par $(x) = e^{-x}\cos x$ . On désigne par $(C_f)$ sa courbe représentative dans un repère orthogonal d'unité $2cm$ en abscisse et $4cm$ en ordonnée.

1. Montrer que $f$ est solution de l'équation $(E): y''(x) + 2y'(x) + 2y(x) = 0$. 1pt
2. Etudier les variations de $f$ et dresser son tableau de variation. 2,5pts

3.a) Démontrer que $-e^{-x} \leq f(x) \leq e^{-x}$. 0,5pt

3.b) Déterminer les coordonnées des points d'intersection de $(C_f)$ avec les courbes d'équation $y = e^{-x}$ et $y = -e^{-x}$. 1pt

4. Sur $[0; 2\pi]$, tracer $(C_f)$ et les courbes d'équation $y = e^{-x}$ et $y = -e^{-x}$ . 2pts
5. Calculer l'aire du domaine du plan délimité par $(C_f)$ et la courbe d'équation $y = e^{-x}$. (*On peut utiliser la question* 1). 1pt

## EXERCICE 3 : (10 points)

**Partie 1 : 5 points**

**Dans urne contenant quatre jetons indiscernables au toucher et portant les numérotés 1, 2, 3 et 4, on extrait successivement et sans remise deux jetons. On désigne par $X$ la variable aléatoire correspondant à «la valeur absolue de la différence des deux numéros extraits»**

**1. Déterminer la loi de probabilité de $X$.** **2,5pts**

**2. Calculer l'espérance mathématiques, la variance et l'écart – type de $X$.** **2,5pts**

**Partie 2 : 5 points**

**Soint les équations différentielles : $(E_1): y'' - 4y' + 4y = 2cosx + sinx$ et $(E_2): y'' - 4y' + 4y = 0$ .**

**1. Déterminer les réels $a$ et $b$ tels que la fonction $g: x \longmapsto acosx + bsinx$ est solution de l' équation $(E_1)$.** **2pts**

**2. Résoudre l' équation $(E_2)$.** **1pt**

**3. Soit $f$ une fonction plusieurs fois dérivables sur $\mathbb{R}$. Montrer que $f$ est une solution de $(E_1)$ si et seulement si $f - g$ est une solution de $(E_2)$.** **1pt**

**4. En déduire alors la forme générale des solutions de l' équation $(E_1)$.** **1pt**

## B. EVALUATION DES COMPETENCES : 09 points

### Situation :

**La salle informatique du collège Ngounou compte 250 ordinateurs dont 40 sont considérés comme neuf, 100 sont considérés comme récents et le reste anciens. Un contrôle des machine indique que 5% des ordinateurs neufs sont défaillants, 20% des ordinateurs récents sont défaillants et 25% ordinateurs anciens sont défaillants. Un élève de TleC qui doit choisir une machine pour travailler, se pose la question « Quelle est la probabilité que je choisisse un ordinateur qui est neuf sachant qu'il est défaillant ? »**

**Pendant ses recherches, cet élève découvre que la population du Cameroun était de 20 milions d'habitants en 2005 et de 22 milions d'habitants en 2010, et que la vitesse d'accroissement de la population était proportionnelle au nombre d'habitants. Cet élève se pose alors la question « Quelle était la population du Cameroun en 2015 ? »**

**Comme travail à faire(TAF), l'enseignant d'informatique a demandé aux élèves de TleC de concevoir un logo d'épaisseur négligeable, que l'on peut représenter dans un repère orthonormé d'unité 1cm, par le domaine $(\mathcal{D})$ délimité par les droites $x = 0$ , $x = \pi$ et les courbes des fonctions $f: x \longmapsto (-cosx + sinx)e^{-x}$ et $g: x \longmapsto -e^{-x}cosx$ . Cet élève se pose alors la question « Quelle serait en cm² l'aire de ce logo si on l'appliquait sur un t – shirt ? »**

**Tâches :**

**Aider cet élève de TleC à obtenir les réponses à ses trois questions.** **9pts**