

*Guela Kamdem Pierre*

**PLEG** *mathématiques*

*Etes-vous capable de ?*

## Chapitre 1 : Equations, Inéquations

### Polynômes et irrationnelles

- Résoudre des équations en utilisant leur forme canonique, puis en utilisant le discriminant.
- Résoudre des équations du type  $ax^2 + bx + c = 0$  où  $c$  dépend d'un paramètre.
- Dresser le tableau des signes d'un polynôme du second degré puis résoudre des inéquations de degré 2.
- Factoriser un polynôme de degré 2 en utilisant ses racines éventuelles.
- Résoudre des systèmes d'équations à deux inconnues dont la résolution se ramène à une équation du second degré dans  $\mathbb{R}$ .
- Vérifier qu'un nombre réel est zéro d'un polynôme.
- Factoriser un polynôme de degré 3 connaissant un de ses zéros, en utilisant la méthode par division euclidienne ou la méthode des coefficients indéterminés (développement et identification).
- Résoudre des équations de degré 3
- Dresser le tableau des signes d'un polynôme de degré 3.
- Résoudre des inéquations de degré 3
- Dresser le tableau des signes d'un polynôme ou autre expression dont on connaît tous les zéros éventuels.
- Résoudre des équations irrationnelles du type : (1)  $\sqrt{ax + b} = cx + d$  par la résolution de l'équation (2)  $ax + b = [cx + d]^2$ , suivie du choix des solutions de (2) qui vérifient la relation (1).
- Résoudre des inéquations du type :  $\sqrt{ax + b} \leq (<) cx + d$ .
- Résoudre des problèmes concrets de la vie courante en utilisant des équations et / ou des inéquations

### Chapitre 2 : Systèmes d'équations à deux ou trois inconnues.

- Résoudre un système d'équations linéaires dans  $\mathbb{R}^2$  en utilisant la méthode par substitution, par combinaisons linéaires ou par déterminant.
- Résoudre un système d'équations linéaires dans  $\mathbb{R}^2$  du type  $\begin{cases} ax + by = c \\ a'x + b'y = c' \end{cases}$  où  $c$  et  $c'$  dépendent d'un ledit paramètre.
- Résoudre un système d'équations linéaires dans  $\mathbb{R}^3$  en utilisant la méthode par substitution, par combinaisons linéaires ou par le pivot de Gauss.

- Résoudre des problèmes concrets de la vie courante en utilisant les systèmes d'équations

### Chapitre 3 : Trigonométrie.

- Exprimer  $\cos(a + b)$ ,  $\cos(a - b)$ ,  $\sin(a + b)$ , et  $\sin(a - b)$  à l'aide de  $\cos a$ ,  $\cos b$ ,  $\sin a$  et  $\sin b$ .
- Exprimer  $\tan(a + b)$  en fonction de  $\tan a$  et  $\tan b$ .
- Calculer sur des exemples bien choisis des valeurs exactes du cosinus, du sinus et de la tangente de certains réels ;
- Ecrire  $a\cos X + b\sin X$  sous la forme  $A\cos(X + \varphi) = A\sin(\frac{\pi}{2} - X - \varphi)$ .
- Justifier graphiquement, suivant les valeurs du réel  $a$ , l'existence et le nombre de solutions de l'équation  $\cos X = a$  ;  $\sin X = a$  ou  $\tan X = a$  dans un intervalle borné de  $\mathbb{R}$ .
- Résoudre chacune des équations suivantes dans un intervalle quelconque de  $\mathbb{R}$  :  $\cos X = a$  ;  $\sin X = a$  et  $\tan X = a$
- Résoudre l'équation du type  $a\cos X + b\sin X = c$  dans un intervalle de  $\mathbb{R}$  ;
- Délimiter sur le cercle trigonométrique l'ensemble des points images des réels  $X$  tels que  $\cos X$  ou  $\sin X$  ou encore  $\tan X$  est respectivement  $<$ ,  $>$ ,  $\geq$ ,  $\leq$  à un réel donné.
- Déterminer l'ensemble des solutions d'une inéquation trigonométrique sur un intervalle borné de  $\mathbb{R}$ , puis sur un intervalle quelconque de  $\mathbb{R}$ .
- Résoudre une inéquation dans laquelle  $a\cos X + b\sin X$  est comparé à un réel donné.
- Résoudre graphiquement une inéquation dans laquelle  $a\cos X + b\sin X$  est comparé à  $c$

### Chapitre 4 : Généralités Sur Les Fonctions

#### Numériques.

- Déterminer par calculs l'ensemble de définition d'une fonction numérique.
- Déterminer la restriction d'une fonction numérique sur un intervalle.
- Justifier qu'une application est injective, surjective, bijective.
- Déterminer la composée de deux applications.
- Expliciter la bijection réciproque d'une fonction bijective.
- Calculer la somme, le produit de deux polynômes ;
- Donner la condition d'existence d'un quotient de deux polynômes ;
- Déterminer l'ensemble de définition d'une somme, d'un produit, d'un quotient et de la composée de deux fonctions numériques.
- Montrer qu'une fonction est paire; impaire ou périodique.
- Justifier qu'un point est centre de symétrie d'une courbe.
- Justifier qu'une droite d'équation  $x = a$  est un axe de symétrie d'une courbe.
- Montrer qu'un point de coordonnées connues appartient à la courbe d'une fonction ;
- Conjecturer l'ensemble de définition ; le sens des variations ; les asymptotes éventuelles, les éléments de symétrie par lecture graphique.
- A partir de la courbe d'une fonction  $f$ , représenter les fonctions :  $x \mapsto f(x - a)$  ;  $x \mapsto f(x) + b$  ;  $x \mapsto f(|x|)$  ;  $x \mapsto f(x - a) + b$  ;  $x \mapsto -f(x)$  ;  $x \mapsto f(-x)$  ;  $x \mapsto |f(x)|$

44. Tirer quelques informations sur les courbes des fonctions associées à une fonction donnée : sens des variations ; parité ; éléments de symétrie ; etc.

## Chapitre 5 : Limites Et Continuité D'une Fonction Numérique.

45. Conjecturer algébriquement ou graphiquement la limite d'une fonction en un réel.
46. Conjecturer la limite d'une fonction à gauche ou à droite en un réel à partir d'un graphique.
47. Calculer les limites à gauche ou à droite en un réel ;
48. Calculer la limite de  $x \rightarrow \frac{a}{x}$  à gauche et à droite de 0
49. Calculer la limite de  $x \rightarrow \frac{ax+b}{cx+d}$  à gauche et à droite de  $\frac{-d}{c}$
50. Calculer la limite en  $a$  de  $\frac{u}{v}$  dans le cas où  $u(a) = v(a) = 0$ .
51. Calculer la limite à l'infini de la fonction  $x \rightarrow \frac{a}{x}$ ,  $a \neq 0$
52. Calculer la limite à l'infini de  $x^n$  où  $n$  est un entier naturel non nul ;
53. Déterminer la limite des fonctions polynômes et rationnelles à l'infini ;
54. Calculer la limite éventuelle à l'infini d'une fonction comparée à une fonction dont on connaît la limite à l'infini.
55. Utiliser les comparaisons pour calculer certaines limites.
56. Reconnaître sur un graphique si une fonction est continue ou non en un réel donné ;
57. Identifier des fonctions continues ;
58. Utiliser la propriété : si  $f$  est continue en  $a$  alors la limite de  $f$  en  $a$  est ( $a$ ) » pour calculer des limites des fonctions continues.
59. Montrer qu'une fonction est continue en un réel en l'ayant écrite comme somme, ou produit, ou quotient, ou composée des fonctions continues usuelles.
60. Conjecturer la continuité d'une fonction à gauche ou à droite en un réel à partir d'un graphique ;
61. Montrer qu'une fonction définie par intervalles est continue en certains réels ;
62. Montrer qu'une fonction admet un prolongement par continuité en un réel donné, puis la définir ;
63. Montrer qu'une fonction est continue sur ensemble donné

## Chapitre 6 : Dérivation

64. Etudier la dérivabilité d'une fonction  $f$  en un réel  $a$  par la limite en  $a$  du taux d'accroissement :  $\frac{f(x)-f(a)}{x-a}$
65. Calculer le nombre dérivé d'une fonction dérivable en un réel ;
66. Montrer que si deux fonctions  $u$  et  $v$  sont dérivables en  $a$ , alors  $u+v$ ,  $ku$  ( $k$  réel),  $uv$  sont aussi dérivables en  $a$  ;
67. Montrer que si  $u$  et  $v$  sont dérivables en  $a$  et  $v(a) \neq 0$ , alors  $\frac{u}{v}$  est dérivable en  $a$  ;
68. Montrer que si  $v$  est dérivable en  $a$  et  $u$  dérivable en  $u(a)$ , alors  $u \circ v$  est dérivable en  $a$ .
69. Montrer qu'une fonction est dérivable à droite ou dérivable à gauche en un réel ;
70. Montrer qu'une fonction définie par intervalles est dérivable en un réel extrémité d'un de ces intervalles ;
71. Montrer qu'une fonction est dérivable sur un intervalle donné ;

72. Déterminer une équation d'une tangente, d'une demi-tangente à une courbe en un de ses points ;
73. Déterminer la fonction dérivée d'une fonction numérique.
74. Déterminer la fonction dérivée d'une somme, d'un produit d'une fonction par un réel et d'un quotient de deux fonctions ;
75. Déterminer la fonction dérivée de la composée d'une fonction affine par une fonction donnée.
76. Etudier le sens des variations d'une fonction numérique sur un ensemble donné.
77. Dresser le tableau des variations d'une fonction sur un ensemble donné.
78. Déterminer les extrema d'une fonction sur un intervalle donné ;
79. Résoudre des problèmes d'optimisation dans des situations concrètes (maximisation du bénéfice, minimisation des charges, etc.)
80. Donner une approximation affine  $f$  d'une fonction autour d'un réel  $a$  dans le cas où  $f$  est dérivable en  $a$  ;
81. Ecrire une équation de la tangente à la courbe en un de ses points ;
82. Ecrire une équation de la tangente à gauche ou à droite en un réel,
83. Montrer qu'un point d'une courbe est un point anguleux

## Chapitre 7 : Représentation graphique d'une fonction numérique.

84. Déterminer par leurs équations les asymptotes parallèles aux axes, à une courbe d'une fonction numérique.
85. Montrer qu'une droite donnée est asymptote oblique à la courbe d'une fonction ;
86. Etudier et représenter graphiquement les fonctions :  
 – Homographiques ;  
 – Polynômes de degré inférieur ou égal à 3.  
 $-x \mapsto \frac{ax^2+bx+c}{cx+d}$   $a$  et  $d$  tous non nuls

## Chapitre 8 : Suites numériques

87. Calculer des termes d'une suite numérique.
88. Construire sur l'un des axes des termes consécutifs d'une suite numérique.
89. Montrer qu'une suite est arithmétique ou géométrique et préciser sa raison.
90. Déterminer la relation entre deux termes quelconque d'une suite arithmétique ou géométrique.
91. Déterminer l'expression du terme général d'une suite arithmétique, géométrique.
92. Déterminer une somme finie des termes consécutifs d'une suite arithmétique, d'une suite géométrique.
93. Résoudre des problèmes concrets de la vie courante en utilisant les suites numériques.

## Chapitre 9 : Dénombrement

94. Utiliser les diagrammes et les tableaux à double entrée pour résoudre des problèmes élémentaires de dénombrement
95. Déterminer le nombre de listes sans répétition ou avec répétition de  $p$  éléments pris parmi  $n$ .
96. Déterminer ainsi le nombre de combinaisons  $C_n^p$  ( $p \leq n$ ) et le nombre d'arrangements  $A_n^p$  ( $p \leq n$ ) de  $n$  éléments  $p$  à  $p$ .

97. Déterminer et manipuler la relation entre  $C_n^p$ ,  $A_n^p$  et  $n!$
98. Déterminer le nombre de parties d'un ensemble fini.

### Chapitre 10 : Barycentres

99. Déterminer le barycentre de deux points pondérés ;
100. Construire le barycentre de deux points pondérés ;
101. Déterminer le barycentre de trois ou quatre points pondérés ;
102. Construire le barycentre de trois ou quatre points pondérés ;
103. Faire une association judicieuse de certains points du système pour :
- Construire un barycentre de manière performante ;
  - Montrer que trois points sont alignés ;
  - Montrer que des droites sont concourantes ;
104. Réduire l'expression vectorielle  $\sum_{i=1}^n \alpha_i \overrightarrow{MA_i}$  selon que la somme des coefficients est nulle ou non.
105. Déterminer, caractériser et construire l'ensemble des points M du plan tels que :
- $MA^2 + MB^2 = k$  ;
  - $MA^2 - MB^2 = k$  ;
  - $\overrightarrow{MA} \cdot \overrightarrow{MB} = k$  ;
  - $\frac{MA}{MB} = k$  ;
  - $\| \sum_{i=1}^n \alpha_i \overrightarrow{MA_i} \| = k$

### Chapitre 11 : Géométrie analytique du plan.

106. Donner un vecteur normal d'une droite ;
107. Calculer la distance d'un point à une droite du plan ;
108. Ecrire une équation normale d'une droite ;
109. Déterminer les équations paramétriques d'un cercle à partir : de son centre et de son rayon ; d'une de ses équations cartésiennes.
110. Déterminer une équation cartésienne d'une tangente en un point d'un cercle.
111. Déterminer une équation d'une tangente à un cercle, passant par un point extérieur à ce cercle.

### Chapitre 12 : Séries statistiques regroupées en classes

112. Calculer la moyenne,
113. Déterminer la classe modale, le mode, la médiane d'une série regroupée en classes
114. Calculer l'écart moyen, la variance, l'écart-type d'une série regroupée en classes
115. Interpréter dans des situations contextuelles la signification des différents paramètres (de position ou de dispersion)
116. Construire et interpréter un histogramme
117. Construire et interpréter la courbe des effectifs ou des fréquences cumulées.
118. Déterminer la valeur exacte de la médiane par la méthode d'interpolation linéaire.

### Chapitre 13 : Introduction à la théorie des graphes

119. Définir et donner un exemple : Graphe ; Ordre d'un graphe ; Degré d'un sommet ; Sommets adjacents ; Sommet isolé ; Graphe simple ; Graphe orienté ; Graphe complet.
120. Justifier qu'une représentation graphique est un graphe.
121. Justifier qu'un graphe est simple ou orienté ; complet.
122. Déterminer l'ordre d'un graphe ;
123. Déterminer le degré d'un sommet.
124. Reconnaître deux sommets adjacents.
125. Résoudre des problèmes concrets de la vie courante à l'aide des graphes.
126. Énoncé et utiliser le lemme des poignées de mains pour résoudre des problèmes

### Chapitre 14 : Arcs capables

127. Déterminer et construire à partir de la notion d'angle inscrit dans un cercle dont un côté est une demi tangente, l'ensemble des points M tels que  $\text{Mes} \widehat{AMB} = x$
128. En déduire dans un plan orienté, une description et une construction de :
- L'ensemble des points M du plan tels que  $\text{Mes}(\overrightarrow{MA}; \overrightarrow{MB}) = x + (2\pi)$  ( $k \in \mathbb{Z}$ );
  - L'ensemble des points M du plan tels que  $\text{Mes}(\overrightarrow{MA}; \overrightarrow{MB}) = x + (\pi)$  ( $k \in \mathbb{Z}$ )

### Chapitre 15 : Transformations affines du plan.

129. Donner la nature de la composée de deux symétries orthogonales selon que les axes sont parallèles ou non ;
130. Ecrire une translation comme composée de deux symétries orthogonales d'axes parallèles ;
131. Ecrire une rotation comme composée de deux symétries orthogonales d'axes sécants ;
132. Caractériser la composée de deux rotations de même centre ; de deux rotations de centres distincts ;
133. Utiliser les transformations pour justifier des propriétés des configurations planes ;
134. Donner la nature et les éléments caractéristiques de la composée : d'une translation et d'une symétrie orthogonale dont le vecteur de la translation est normal à l'axe de la symétrie ;
135. Caractériser la composée de deux translations ;
136. Déterminer la nature et les éléments caractéristiques de la composée :
- de deux homothéties de même centre ou de centres distincts ;
  - d'une homothétie et d'une translation ;
  - d'une homothétie et d'une rotation de même centre.
137. Définir analytiquement une translation, une homothétie.
138. Reconnaître une translation ou une homothétie à partir d'une définition analytique.
139. Définir analytiquement la composée de deux applications de définitions analytiques respectives connues ;
140. Montrer qu'une application du plan dans lui-même est une transformation ;
141. Montrer qu'une application de définition analytique connue est une transformation, puis définir analytiquement sa réciproque.

## Chapitre 16 : Espaces vectoriels sur $\mathbb{R}$ et applications linéaires.

142. Montrer qu'une loi de composition est externe ;
143. Montrer qu'un ensemble est un espace vectoriel sur  $\mathbb{R}$  ;
144. Montrer qu'un sous ensemble est stable par une loi
145. Montrer sur des exemples simples (ensembles des vecteurs du plan,  $\mathbb{R}^2$ ,  $\mathbb{R}^3$ ) qu'une partie d'un espace vectoriel en est un sous espace vectoriel ;
146. Montrer qu'une famille finie est génératrice ; libre ; liée
147. Montrer qu'une famille finie est une base d'un espace vectoriel ;
148. Déterminer la dimension d'un espace vectoriel.
149. Montrer qu'une application définie entre deux espaces vectoriels est stable pour l'addition, et pour la multiplication par un réel.
150. Dire si une application est un endomorphisme ;
151. Connaissant les images des vecteurs de base par une application linéaire, calculer les coordonnées de l'image d'un vecteur quelconque par cette application linéaire ;
152. Connaissant la définition analytique d'une application linéaire, calculer les coordonnées de l'image d'un vecteur quelconque par cette application linéaire ;
153. Déterminer une équation caractéristique, une base du noyau d'une application linéaire ;
154. Déterminer une équation caractéristique, une base de l'image d'une application linéaire
155. Montrer qu'une application linéaire est bijective à partir de l'exploitation de son écriture analytique ; de la détermination de son noyau ou de celle de son image.

## Chapitre 17 : Matrices et applications linéaires d'un plan vectoriel dans lui-même.

156. Traduire la présentation des données par une matrice ;
157. Calculer la somme de deux matrices, le produit d'une matrice par un réel, le produit de deux matrices (on pourra ici faire le lien avec les systèmes d'équation dans  $\mathbb{R}^2$ ) ;
158. Calculer le déterminant d'une matrice carrée d'ordre 2 ;
159. Montrer qu'une matrice carrée d'ordre 2 est inversible,
160. Déterminer l'inverse d'une matrice carrée inversible ;
161. Résoudre d'autres problèmes tels que les systèmes de deux équations linéaires dans  $\mathbb{R}^2$
162. Ecrire la matrice d'une application linéaire dans une base donnée,
163. Calculer les coordonnées de l'image d'un vecteur en utilisant un produit de deux matrices ;
164. Déterminer la matrice : de la somme de deux applications linéaires ; du produit d'une application linéaire par un réel ; de la composée de deux applications linéaires.
165. Donner la matrice de l'automorphisme réciproque d'un automorphisme du plan

## Chapitre 18 : Orthogonalité dans l'espace

166. Sur des solides vus au 1er cycle :
167. Montrer que deux droites sont coplanaires ou non ;
168. Montrer que deux droites sont perpendiculaires ou orthogonales ;
169. Montrer que deux plans sont orthogonaux ;
170. Montrer qu'une droite est orthogonale à un plan.

## Chapitre 19 : Géométrie analytique dans l'espace

171. Déterminer les coordonnées d'un vecteur dans une base
172. Reconnaître un repère de l'espace ;
173. Placer un point dans un repère de l'espace ;
174. Lire les coordonnées d'un point dans un repère de l'espace ;
175. Donner un système d'équations paramétriques d'une droite connaissant :
  - Un vecteur non nul et un point ;
  - deux points distincts ;
176. Reconnaître une représentation paramétrique d'une droite et donner les éléments définissant cette dernière.
177. Montrer que deux droites sont : coplanaires ; parallèles ; non coplanaires ; sécantes.
178. Donner un système d'équations paramétriques d'un plan connaissant :
  - un point et deux vecteurs non colinéaires ;
  - trois points non alignés ;
179. Reconnaître une représentation paramétrique d'un plan et donner les éléments définissant ce dernier.
180. Déterminer une équation cartésienne d'un plan ;
181. Déterminer un vecteur normal à un plan ;
182. Montrer que deux plans sont :
  - parallèles ;
  - sécants ;
  - orthogonaux ;
183. Montrer qu'une droite est orthogonale à un plan ;
184. Déterminer sur un pavé droit le projeté orthogonal d'un point sur un plan ; d'un point sur une droite ;
185. Ecrire un système d'équations d'une droite passant par un point et orthogonale à un plan ;
186. Déterminer les coordonnées du projeté orthogonal d'un point sur un plan, sur une droite.
187. Calculer la distance d'un point à un plan, d'un point à une droite

## Chapitre 20 : Sphères

188. Déterminer une équation cartésienne d'une sphère connaissant les coordonnées de son centre et la valeur de son rayon ;
189. Déterminer la nature et les éléments caractéristiques de l'ensemble des points dont les coordonnées  $(x, y, z)$  vérifient :
$$x^2 + y^2 + z^2 + ax + by + cz + d = 0.$$
190. Déterminer l'intersection d'une sphère et d'une droite de l'espace analytiquement.
191. Déterminer l'intersection d'une sphère et d'un plan de l'espace.

