

Cette épreuve, étalée sur deux pages, est notée sur 20 points. Toutes les questions sont obligatoires.

PARTIE A : EVALUATION DES RESSOURCES : (15 points)

EXERCICE 1 : (5 points)

- A) 1. (a)** Ecris $(3+7i)^2$ sous la forme algébrique. 0,5pt
- (b)** Déduis-en les racines carrées du nombre complexe $\Delta = -40 + 42i$. 0,5pt
- (c)** Résous dans \mathbb{C} l'équation $(E) : z^2 + (3-7i)z - 21i = 0$. 0,5pt
- 2.** On pose $P(z) = z^3 + (1-9i)z^2 - (20+13i)z + (-42+42i)$.
- (a)** Trouve les nombres complexes a, b et c tels que : $P(z) = (z-2-2i)(az^2 + bz + c)$. 0,75pt
- (b)** Résous dans \mathbb{C} l'équation $P(z) = 0$. 0,5pt
- B)** Le plan est muni d'un repère orthonormé direct $(O, \vec{e}_1, \vec{e}_2)$. Les points A, B, C et D ont pour affixes respectives : $z_A = -3$; $z_B = 2 + 2i$; $z_C = 7i$ et $z_D = -5 + 5i$.
- 1.** Place les points A, B, C et D . 0,75pt
- 2. (a)** Ecris sous forme algébrique le nombre complexe $\frac{z_A - z_B}{z_C - z_B}$. 0,5pt
- (b)** Déduis-en la nature du triangle ABC . 0,25pt
- 3.** Démontre que les points A, B, C et D appartiennent à un même cercle \mathcal{C} dont tu préciseras l'affixe du centre et le rayon. 0,75pt

EXERCICE 2 : (4 points)

Soit (U_n) la suite numérique définie sur \mathbb{N} par : $U_0 = 1$ et $U_{n+1} = \frac{U_n - 1}{U_n + 3}$.

- 1. (a)** Calcule U_1 et U_2 . 0,5pt
- (b)** Démontre par récurrence que pour tout $n \in \mathbb{N}, U_n > -1$. 0,5pt
- (c)** Démontre que la suite (U_n) est décroissante. 0,5pt
- (d)** Justifie que la suite (U_n) est convergente. 0,5pt
- 2.** Soit (V_n) la suite définie pour tout $n \in \mathbb{N}$ par $V_n = \frac{1}{U_n + 1}$.
- (a)** Démontre que (V_n) est une suite arithmétique que l'on caractérisera. 0,5pt
- (b)** Exprime V_n , puis U_n en fonction de n . 0,5pt
- (c)** Calcule $\lim_{n \rightarrow +\infty} U_n$. 0,5pt
- (d)** Calcule la somme $S = V_3 + V_4 + \dots + V_{19}$. 0,5pt

EXERCICE 3 : (2,5 points)

On se propose de chercher les fonctions f dérivables sur \mathbb{R} et solutions de l'équation différentielle $(E) : f'(x) + 2f(x) = 2x - 1$.

- 1.** Démontre que la fonction g définie par $g(x) = x - 1$ est solution de (E) . 0,5pt
- 2.** Résous l'équation différentielle $(E_0) : f'(x) + 2f(x) = 0$. 0,5pt

3. Soit k un nombre réel. Démontre que les fonctions $f_k : x \mapsto ke^{-2x} + x - 1$ sont solutions de (E) . 0,5pt
4. Démontre que si f est solution de (E) , alors $f - g$ est solution de (E_0) . 0,5pt
5. Déduis-en les solutions de (E) . 0,5pt

EXERCICE 4 : (3,5 points)

Sur un dé cubique non pipé, l'une des faces est numérotée 1, n faces ($0 \leq n \leq 5$) sont numérotées 2 et les faces restantes sont numérotées 3. Les faces d'un second dé cubique non pipé sont numérotées 1, 2, 2, 3, 4 et 4. Les deux dés sont lancés simultanément. Soit X la variable aléatoire qui à chaque lancer associe la somme des points marqués sur les faces supérieures.

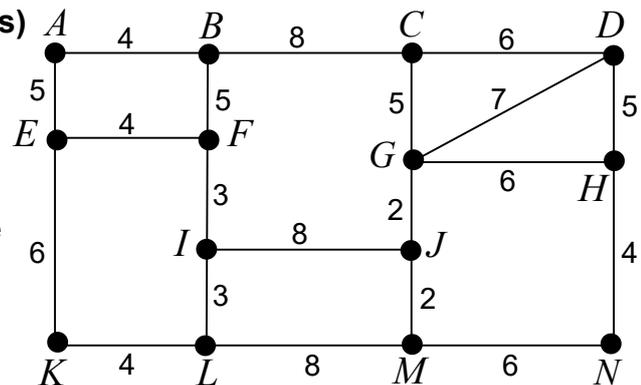
1. Démontre que $p(X = 6) = \frac{n+5}{36}$. 1pt
2. On suppose que $n = 2$.
 - (a) Détermine la loi de probabilité de X . 1,5pt
 - (b) Justifie que l'espérance mathématique $E(X)$ de X est égale à 5. 0,5pt
 - (c) Calcule l'écart-type de X . 0,5pt

PARTIE B : EVALUATION DES COMPETENCES (5 points)

SITUATION :

Dans sa plantation de café de forme rectangulaire, **BELL** souhaite connecter les 14 postes de ravitaillement en eau par des tuyaux en minimisant les coûts. Le graphe ci-contre donne le coût de chaque connexion en milliers de **FCFA**.

BELL souhaite par ailleurs évaluer une estimation de la production de café de sa plantation à la 6^{ème} année d'exploitation en se référant aux productions des années précédentes notées dans le tableau statistique ci-contre.



Rang de l'année x	1	2	3	4	5
Masse de café en kg y	25	35	40	40	60

Pour payer les études universitaires de son fils en janvier 2028, **BELL** verse chaque année depuis le 1^{er} janvier 2020 la somme de 15000 FCFA dans un compte bloqué rémunéré au taux d'intérêt composé annuel de 7%.

Tâches :

1. Détermine le coût minimal pour connecter les 14 postes de ravitaillement. 1,5pt
2. Détermine une estimation de la production de café à la 6^{ème} année. 1,5pt
3. Détermine le montant que disposera **BELL** le 1^{er} janvier 2028. 1,5pt

Présentation générale : 0,5pt