

EPREUVE DE MATHÉMATIQUES

L'épreuve est notée sur 60 points elle comporte quatre exercices indépendants

EXERCICE I : EQUATIONS (9POINTS)

- 1- Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation : $4x^4 - 17x^2 + 4 = 0$. (2pts)
- 2- En déduire les solutions des équations
- a) $4\ln^4 x - 17\ln^2 x + 4 = 0$ (4pts)
- b) $4e^{4x} - 17e^{2x} + 4 = 0$ (3pts)

EXERCICE II : NOMBRES COMPLEXES ET SUITES NUMERIQUES (18POINTS)

I- Nombres Complexes (9points)

Soit P le polynôme défini sur par: $Z^2 + 2\sqrt{3}Z + 4$

- 1- Résoudre dans l'équation $P(z) = 0$. (1,5pt)
- 2- Écrire les solutions sous forme trigonométrique. (1,5pt)
- 3- Le plan est rapporté à un repère orthonormé direct (unité 4 cm). Soient A , B et C les points d'affixes respectives $a = 2i$; $b = -\sqrt{3} + i$ et $c = -\sqrt{3} - i$ Placer les points A , B et C sur une figure. (2pts)
- 4- Soit $z = \frac{a-b}{c-b}$.
 - a) Interpréter géométriquement le module et un argument de Z . (1pt)
 - b) Écrire Z sous forme algébrique et sous forme trigonométrique. (1,5pt)
 - c) Déduire la nature de ABC ainsi qu'une mesure, en radian, de l'angle $(\widehat{BC; BA})$ (1pt)
 - d) Calculer l'aire du triangle ABC en centimètres carrés. (0,5pt)

II- Suites numériques (9points)

- 1- En 2018 Marguerite, souhaitant se lancer dans l'agriculture biologique, a acheté une ferme de 14 hectares de pommiers. Elle estime qu'il ya 300 pommiers par hectare. Chaque année. Marguerite éliminera 4% des pommiers existants et replantera 22 nouveaux pommiers par hectare. Pour tout entier naturel n , on note u_n le nombre de pommier par hectare l'année $2018 + n$ on a ainsi $u_0 = 300$.
 - a. Conjecturer et Justifier que pour tout entier n on a : $u_{n+1} = 0,9u_n + 22$. (1,5pt)
 - b. Estimer le nombre de pommier par hectare arrondi à l'unité en 2020. (1pt)
- 2- On définit la suite (v_n) par $v_n = u_n - 550$ pour tout entier naturel n .
 - a- Démontrer que (v_n) est une suite géométrique préciser la raison et son premier terme v_0 (1,5pt)
 - b- Démontrer que $u_n = 550 - 250 \times 0,96^n$. (2pts)
 - c- Estimer le nombre de pommier de l'exploitation de marguerite en 2025. (1pt)
 - d- En résolvant l'inéquation $u_n > 400$, aide Marguerite à déterminer à partir de quelle année la densité de pommier par hectare dépassera 400 tiges. (2pts)

EXERCICE 3 STATISTIQUES (12 POINTS)

Une usine produit des pièces d'une machine. Pour chaque pièce, (individu), on dispose du coût de sa production (DA) et de la durée de sa réalisation (en heure). Le tableau ci-dessous donne cette répartition.

Individu	1	2	3	4	5
Temps (X) en heures	1,5	3	5,2	2	4
Coût (Y) mesuré en euro	10	16	23	12	18

1. Construis le nuage de points (X ;Y) dans un repère convenablement choisi. (3pts)
2. Calculer les moyennes marginales des séries X et Y (1pts)
3. Calculer les écarts type des variables X et Y. (2pts)
4. Calculer la covariance et en déduire si l'équation de la droite de régression de Y en fonction de X. (3pts)
5. Une nouvelle pièce est réalisée en 6 heures. Utilise cette droite pour estimer son coût de production. (1pt)
6. Calculer le coefficient de corrélation et conclure (2pt)

EXERCICE 4 FONCTION NUMERIQUES (21POINTS)

Un Ebéniste décide de refaire les accoudoirs de son fauteuil. On modélise l'accoudoir à l'aide d'une fonction f

definie sur $[0; 60]$ par : $f(x) = 70 + (14x + 42)e^{-\frac{x}{5}}$. La courbe représentative de f , notée C_f est la suivante. On admet que la fonction f est deux fois dérivable sur l'intervalle $[0 ; 60]$ et on note f' sa dérivée première puis f'' sa dérivée seconde.

PARTIE A : (7POINTS)

Dans toute cette partie les réponses sont données graphiquement à l'aide de la courbe à l'annexe 1.

- 1- Déterminer une valeur approchée de $f(0)$ et $f(60)$ (2pts)
- 2- Déterminer $f''(7)$ et conclure. (1,5pt)
- 3- On considère la surface située entre l'axe des abscisses, la courbe C_f les droites d'équation $x = 0$ et $x = 60$.
 - a- Hachurer cette surface décrite sur le document annexe 2. (1,5pt)
 - b- L'ébéniste estime l'aire de cette surface à 6000 unités d'aire. Cette estimation est-elle correcte ? (2pts)

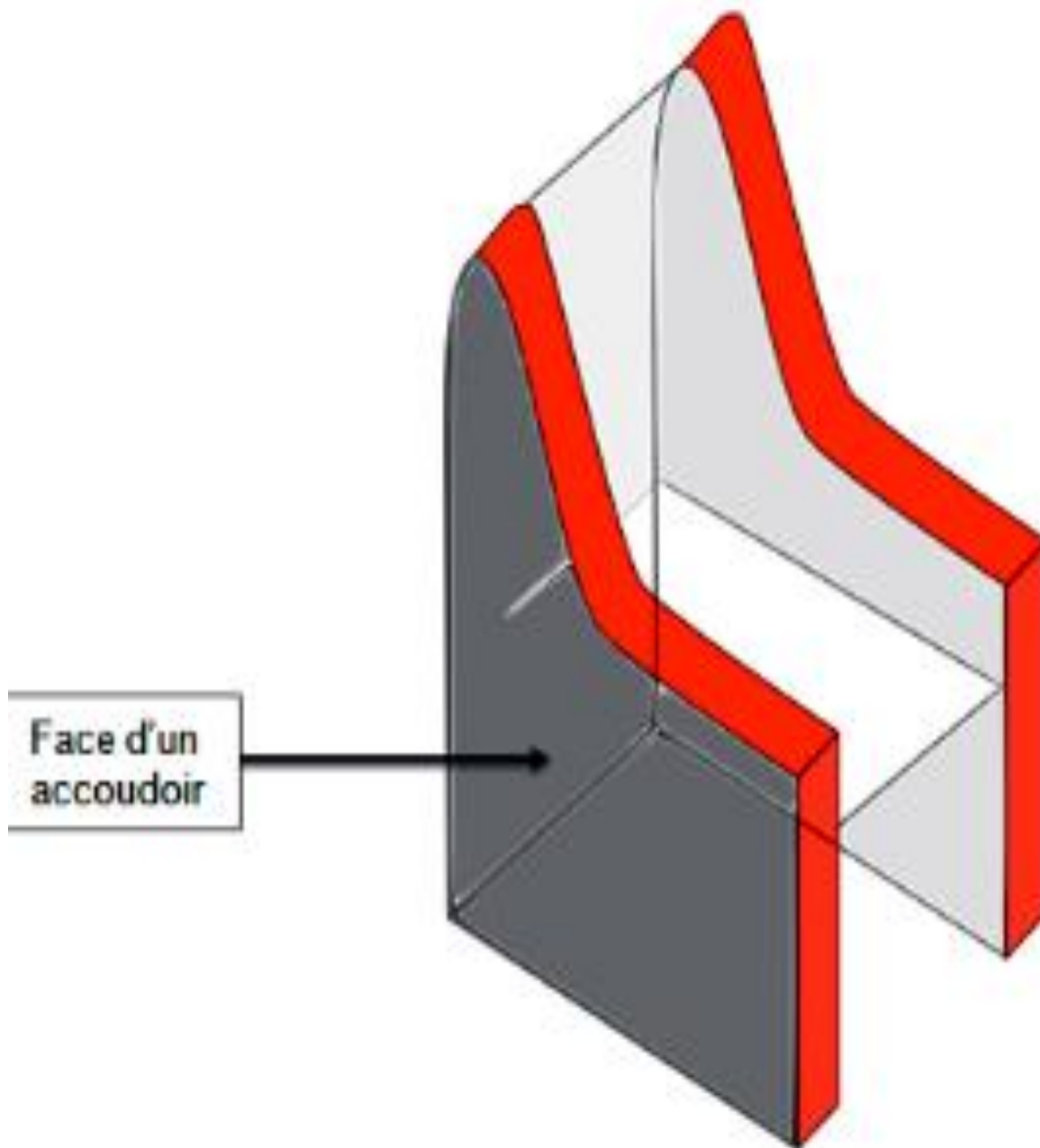
PARTIE B : (10POINTS)

- 1- Justifier que pour tout $X \in \mathbb{R}$ de l'intervalle $[0;60]$ on a $f'(x) = \frac{1}{5}(-14x + 28)e^{-\frac{x}{5}}$. 1pt)
- 2- Calculer la dérivée seconde de f et retrouver le résultat de la question 2 partie A. (2pts)
- 3- Dresser le tableau de variation de la fonction f sur cet intervalle (arrondir à l'unité près toutes les valeurs qui apparaissent dans le tableau). (3pts)
- 4- Pour $x \in [0 ; 60]$ on pose $g(x) = (14x + 42)e^{-\frac{x}{5}}$ et $G(x) = (-70x - 560)e^{-\frac{x}{5}}$
 - a- Montrer que G est une primitive de g sur $[0;60]$. (1pt)
 - b- En déduire une primitive F de f sur $[0;60]$. (1pt)
 - c- Calculer la valeur exacte de $\int_0^{60} f(x)dx$ et en donner une valeur approchée à l'unité d'aire près . (2pts)

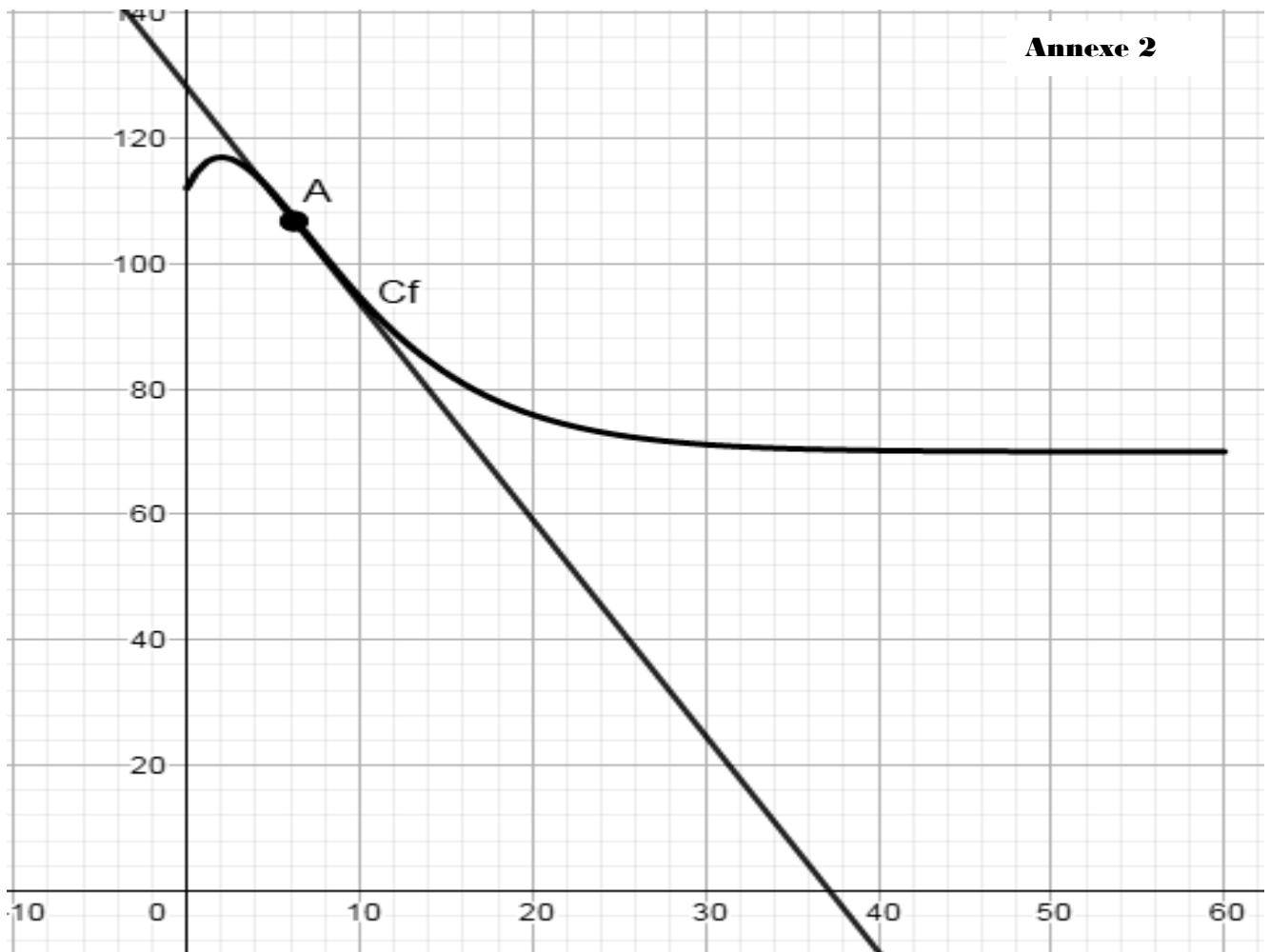
PARTIE C : (4POINTS)

L'ébéniste découpe deux accoudoirs identiques sur le modèle de la surface hachurée de l'annexe 1 en choisissant comme unité le centimètre. Il souhaite vernir les deux faces de chaque accoudoir (annexe 1) ainsi que le dossier du fauteuil dont l'aire est égale à 5400cm^2 . Cependant il ne lui reste que le quart d'un petit pot de vernis pouvant couvrir 10m^2 . En aura-il suffisamment de vernis ?

Schéma 1



Annexe 2



Noté Bien : Le document annexe 2 doit être remis avec la copie