COLLEGE PRIVE LAÏC YMELE

Examen	Epreuve	Coef	Durée	Classe	Année Scolaire
Bacc Blanc 1	Mathématiques	04	4h00	TleD&TI	2022/2023

La présentation et le soin apportés à la copie seront pris en compte dans l'évaluation de la copie.

PARTIE A : Utilisation des ressources (15 points)

Exercice 1 : / 5.5pts

1. Lana rêve d'un capital de $50\,000$ placé au taux d'intérêt annuel(composé) de 30%.
   Dans combien d'années ce placement serait-il multiplié par 80 ? 0,75pt
2. Une urne contient 7 boules distinctes indiscernables au toucher. Deux portent le numéro 1 ; deux les numéros -1 et trois portent respectivement les numéros 2 ; -2 et 0. On tire successivement et sans remise 3 boules de l'urne.

a, b et c sont dans cet ordre les numéros de la première, deuxième et troisième boule tirée.

a. Détermine la probabilité pour que le système suivant ait pour solution le triplet $(2;1;1)$ $\begin{cases} ax+by-z=4 \\ bx+ay+z=5 \\ bx+cy+az=3 \end{cases}$. 0,75pt

b. Détermine la probabilité pour que le nombre complexe $a+ib$ $(a,b \in \mathbb{R})$ soit une racine carrée du nombre complexe $3+4i$. 0,75pt

c. Détermine la probabilité pour que l'équation différentielle $ay''+by'+c=0$ ait pour solutions sur $\mathbb{R}$ les fonctions $x \mapsto e^x(A\cos x - B\sin x)$ où $A, B \in \mathbb{R}$. 0,5pt

d. Détermine la probabilité pour que $\lim\limits_{x\to+\infty} \ln\left(\frac{ax+4}{bx-3}\right) = -c \times ln(2)$. 0,75pt

3. Soit X la variable aléatoire dont l'espérance mathématique $E(X)=0{,}5$, la variance $V(X)=0{,}75$ et dont la loi de probabilité est donnée par le tableau suivant .

x_i	0	1	$1{,}5$	2
p_i	p_1	p_2	$0{,}2$	p_4

a. Définis variable aléatoire X. 0,25pt

b. Détermine les probabilités p_1, p_2 et p_4. 1pt

c. Détermine et représente graphiquement la fonction de répartition de X. 0,75pt

Exercice 2 : / 4.75 pts

I. On considère la fonction f définie sur $[0;1]$ par $f(x) = \frac{e^x}{1+x}$.

1. Détermine une valeur approchée (par la méthode des rectangles) de $A = \int_0^1 f(x)\ dx$, en partageant l'intervalle $[0;1]$ en 5 intervalles de même amplitude. 1pt

2. Détermine une majoration de l'erreur commise. 0,5pt

3. On subdivise l'intervalle $[0;1]$ en n intervalles de même d'amplitude.
Détermine par la méthode des rectangles, le nombre d'intervalles nécessaires pour obtenir un encadrement d'amplitude 10^{-3}. 0,5pt

II. On considère le tableau statistique suivant où $\overline{x}=75$ et $cov(x;y)=20$.

x_i	x_1	60	70	x_4	90	100
y_i	9	8	8	6	5	4

1. Détermine x_1 et x_4. 1pt
2. Détermine le coefficient de corrélation r et apprécie-le. 0,75pt
3. Détermine une équation de la droite de régression de x en y. 0,75pt
4. En deduis une estimation x pour $y=12$. 0,25pt

Exercice 3: /4.75pts

On considère la fonction g définie sur $[0;1]$ par $g(x) = \frac{e^x}{x+2}$ et la suite (u_n) definie pour tout entier natureln par $\begin{cases} u_0 = \frac{1}{2} \\ u_{n+1} = g(u_n) \end{cases}$.

1. Dresse le tableau de variation de g sur $[0;1]$. 1pt
2. Montre que pour tout $x \in [0;1], |g'(x)| \leq \frac{2}{3}$. 0,5pt
3. On pose pour tout $x \in [0;1], h(x) = g(x) - x$.
   a. Démontre que h realise une bijection de $[0;1]$ vers un intervalle K à préciser. 0, 5pt
   b. En déduire qu'il existe un unique réel $\alpha \in]0;1[$ tel que $g(\alpha) = \alpha$. 0,5pt
4. a. Démontre par récurrence que pour tout entier $n, u_n \in [0;1]$. 0,5pt
   b. Démontre que pour tout entier $n, |u_{n+1} - \alpha| \leq \frac{2}{3}|u_n - \alpha|$. 0,5pt
   c. En déduire que pour tout entier $n, |u_n - \alpha| \leq \left(\frac{2}{3}\right)^n$. 0,5pt
   d. En déduis la limite de la suite (u_n) puis démontre que u_6 est une valeur approchée de sa limite à 125×10^{-3}. 0,75pt

PARTIE B : EVALUATION DES COMPETENCES (5 points)

Etre capable de déployer un raisonnement logique et communiquer à l'aide du langage mathématique en faisant appel aux calcul intégral ,suites, équation différentielles, probabilités et au logarithme pour résoudre un problème de la vie.

Pour protéger ses pondeuses d'une épidémie, M. NGODEBO souhaite acheter un vaccin à $2\,000\,000\,f$. Son vétérinaire lui rappelle que des essaies sur ce vaccin ont été fait sur une population de pondeuses de la même espèce. Les informations récoltées sont les suivantes : 20% de la population était vaccinée ; 95% des pondeuses vaccinées n'était pas malades et 6% de la population était malade.

Un vaccin est efficace si le nombre de personnes malades étant vaccinées est de loin inférieur à celui des personnes malades sans être vaccinées.

M. NGODEBO est un pilote de voiture de course. Pour participer à une course de voiture qui se tiendra dans la ville de douala Jeudi le 1er juin, il a placé un capital de 800 000f en bourse mercredi le 1er Mars 2023. Son capital initial U_0 évolue mensuellement (30 jours) suivant la progression géométrique croissante U définie pour tout entier naturel n par

$5u_{n+1} = 2U_n + 2U_{n+2}$. Il souhaite s'acheter une voiture de course de 6 500 000f selon l'évolution de ses intérêts. (Prendre les valeurs à 2chiffres après la virgule). La course de voiture se fera sur une route rectiligne et très longue. On note $v\,(t)$ sa vitesse à l'instant t, où t est exprimé en heures et $v\,(t)$ en kilomètres par minutes. On suppose de plus que la fonction v ainsi définie est dérivable sur l'intervalle$[0;\ +\infty[$.

Un modèle simple permet de considérer que la fonction v est la solution de l'équation différentielle :

$10v'(t) + v\,(t) = 3$. on suppose que, lorsque le pilote de voiture s'élance, sa vitesse initiale est nulle, c'est-à-dire que $v\,(0) = 0$.

Par ailleurs, La distance d parcourue par ce pilote entre les instants t_1 et t_2 est donnée par : $d = \int_{t_1}^{t_2} v\,(t)\,\mathrm{d}t$.

Pour espérer gagner cette course, ce pilote doit parcourir une distance de 92km sur les 140km à parcourir pendant les 40 premières minutes de cette course.

<u>Tâches</u>

1. M. NGODEBO doit-il prendre le risque d'acheter ce vaccin pour sauver ses pondeuses ? 1,5pt
2. A quelle date exacte devrait-il s'acheter cette voiture de sport s'il souhaite participer à la course ? 1,5pt
3. Ce pilote pourra-t-il gagner cette course ? 1,5pt

LPK a dit « Pour échouer on n'a besoin de rien, seul le travail acharné paye. »